

Super-Helices に基づく対話的な髪シミュレーション

光 武 雅 人[†] 藤 澤 誠[†] 天 野 敏 之[†]
宮 崎 純[†] 加 藤 博 一[†]

[†] 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科

あらまし コンピュータに人間のヘアスタイルを取り込み、自在にスタイリング・モデリング可能なヘアスタイリングシステムを構築するには、カールとねじれを定量的に扱うことや、対話的な速度で計算できることが重要である。本論文では、Super-Helices 法をベースに、ヘアスタイリングシステムの構築に必要とされるような、対話的な速度で高い表現力を有する髪シミュレーションを実現する方法を提案する。提案法は GPU などの並列演算機に容易に適用可能である。

キーワード：ヘアモデリング, 物理シミュレーション, コセラモデル, ラグランジュ力学

Summary To construct the hair-styling system that can take in human hair style and allows you to style and model the virtual hair, we need a interactive simulation of human hair that treats bending and twisting. We propose a fast simulation method to realize a interactive system for human hair styling based on Super-Helices. The method is easily performed on parallel computing platform such as GPU.

Key words: Hair modeling, Physically-based simulation, Cosserat model, Lagrangian dynamics

1. はじめに

人間の髪の振る舞いをシミュレーションすることはコンピュータグラフィックスの分野において、その非線形の振る舞いと膨大な計算量から、挑戦的な課題のひとつである。だが、近年の計算機の急激な発達により、幾つかの条件の下ではあるが、対話的な速度で人間の髪をシミュレーションすることが可能となりつつある。例えば、厳密に物理則に基づかないシンプルなモデルで髪をモデル化する、実際に計算する髪の本数を制限する、ストレートヘアのみを対象とする、などの条件を付加するなどである。

また、グラフィックスのためのハードウェアである Graphics Processing Unit (GPU) が急速に性能を向上させ、従来は固定機能であった演算器をプログラムで制御できるようになり、General Purpose GPU (GPGPU) と呼ばれる GPU の汎用用途への応用が科学技術計算や

スーパーコンピュータなどの分野で盛んに行われている。GPU は CPU に比べ、遥かに多くの演算リソースを持つが、データ並列計算に特化し、キャッシュメモリではなく大容量のレジスタでメモリレイテンシを隠蔽するなど、異なるアーキテクチャとプログラミングモデルを有する。そのため、性能を引き出すには並列化に適したアルゴリズムが必要である。

コンピュータに人間のヘアスタイルを取り込み、自在にスタイリング・モデリング可能なヘアスタイリングシステムはヘアスタイリングにとっても有用であると我々は考える。このような目的のためには、対話的な速度であることと、高い表現力を有していることが重要である。だが、対話的な速度でシミュレーション可能な既存の研究では、カールとねじれを物理的なパラメータに基づいて扱っていないため、実際の髪のパラメータをシミュレーションのパラメータに対応づけることが難しい。さらに、シンプルなモデルの多くは髪を弾性棒やばねと仮定しているが、これらは髪が伸びることを許してしまう。実際の髪はほとんど伸びないため、伸びを抑制しつつ数値的安定性を得るために陰的手法を必要とする。陰的手法は計算コストを増大させる。

“A interactive simulation of human hair based on Super-Helices” by Masato MITSUTAKE, Makoto FUJISAWA, Toshiyuki AMANO, Jun MIYAZAKI, and Hirokazu KATO, (Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology).

本研究の目的は物理パラメータに基づき、カールなどの髪の特徴を含めたシミュレーションを対話的な速度で行う手法を開発することである。我々は Super-Helices 法²⁾の GPU などを用いた並列計算に適した改良計算法を提案する。

2. 関連研究

髪のシミュレーションにはばね質点モデル⁶⁾が一般的に用いられている。これは髪の毛を質点の集合で表現し、質点間にはばねを配置し、髪の毛の振る舞いを表現する。さらに、ばね質点モデルで髪の複雑な挙動を表現するためには、複雑にはばねを配置する必要があるため、対話的にヘアモデリングやスタイリングをシミュレーションすることは難しい。

Rungjiratananon ら⁵⁾は Lattice Shape Matching (LSM)⁹⁾に基いた Chain Shape Matching (CSM) と呼ばれる手法を提案した。LSM は形状一致法³⁾を拡張したポジションベースの手法で、最初に位置が計算され、次に各粒子がその位置に向かうよう外力を与えるため、計算が常に安定であることが利点である。この提案手法では GPU を用いて対話的な速度で様々なヘアスタイルの髪のシミュレーションを実現している。CSM では髪質を表現するパラメータは堅さだけであり、ねじれも考慮しないため、シミュレーションの正確さには欠ける。

Bertails ら²⁾の提案した Super-Helices は髪の毛を曲線として一般化した、曲率に基づく手法である。そのため、原理上は髪の毛が伸びない。曲率のリストを一般化座標として、ラグランジュ運動方程式とキルヒホッフの方程式を適用し、髪の毛の密度や断面の面積と楕円度など、現実の髪を実際に計測したパラメータをシミュレーションに反映している。この手法はカールの程度を定量的に扱うことができるため、このパラメータを時間の経過と共に徐々に変化させるようなシミュレーションを行うのに都合が良い。しかしながら、Super-Helices は計算コストが高く、対話的に実行することは難しい。Super-Helices は空間離散化するときの分割数 N について $O(N^2)$ の計算複雑性であり、髪の毛の根本から再帰的に計算することで $O(N)$ の計算時間を実現した改良手法¹⁾も存在する。しかし、この手法も対話的に実行することは難しい上、並列化に適していない。

本論文では、高い表現力と対話的なシミュレーションの両立のため、Super-Helices の改良計算法を提案する。

3. Super-Helices

本研究の基礎となる Super-Helices 法について説明する。個々の髪の毛を長さ L の棒と考え、棒に沿って曲線

座標 $s \in [0, L]$ を導入する。棒の断面の重心を通る空間曲線 $r(s, t)$ は、ある時間 t における棒の形を表す。さらに、ねじれを表現するため、Cosserat モデルにより、標構 $\mathbf{n}_i(s, t)_{(i=0,1,2)}$ を $r(s, t)$ のすべての点に対して導入する。標構が棒の変形に追従して動くことにより、棒のねじれが表現される。 $\mathbf{n}_i(s, t)_{(i=0,1,2)}$ はすべての s について正規直交であり、Darboux ベクトルと呼ばれるベクトル $\Omega(s, t)$ が存在する。

$$\Omega(s, t) = \tau(s, t)\mathbf{n}_0(s, t) + \kappa_1(s, t)\mathbf{n}_1(s, t) + \kappa_2(s, t)\mathbf{n}_2(s, t). \quad (1)$$

$\Omega(s, t)$ のノルムは s が連続的に変化するときの標構 $\mathbf{n}_i(s, t)$ の回転量の一階微分に、 $\Omega(s, t)$ の単位ベクトルは回転軸に等しい。髪の毛の一方の端は頭に固定されており、頭の動きによって座標と標構が入力される。この境界条件と $\Omega(s, t)$ により、 $r(s, t)$ が一意に決定される。曲率 $\kappa_{i=1,2}(s, t)$ と捻率 $\tau(s, t)$ はローカルな標構におけるベクトル $\Omega(s, t)$ の座標と定義でき、 $\kappa_0 = \tau$ とすると、まとめて $\kappa_i(s, t)_{i=0,1,2}$ と表現できる。

次に、空間離散化を行う。ストランド $s \in [0, L]$ を N 個のセグメント $S_Q (1 \leq Q \leq N)$ に分割し、曲率と捻率はセグメント内では定数となる関数と定義する。関数内で曲率、捻率は $q_{i,Q}$ で表現され、大きさが $3N$ となるベクトル $\mathbf{q}(t)$ を一般化座標として定義する。一般化座標 $\mathbf{q}(t)$ から時刻 t における棒の形状を次の式に従って再構成することができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_i(s) &= \mathbf{n}_{i,L}^{Q\parallel} + \mathbf{n}_{i,L}^{Q\perp} \cos(\Omega(s - s_L^Q)) \\ &\quad + \omega \times \mathbf{n}_{i,L}^{Q\perp} \frac{1 - \cos(\Omega(s - s_L^Q))}{\Omega} \quad (2) \\ \mathbf{r}(s) &= \mathbf{r}_L^Q + \mathbf{n}_{0,L}^{Q\parallel}(s - s_L^Q) + \mathbf{n}_{0,L}^{Q\perp} \frac{\sin(\Omega(s - s_L^Q))}{\Omega} \\ &\quad + \omega \times \mathbf{n}_{0,L}^{Q\perp} \frac{1 - \cos(\Omega(s - s_L^Q))}{\Omega} \quad (3) \end{aligned}$$

上記の式において、ある時刻における、特定のセグメント $S_Q = [S_Q^L, S_Q^R]$ の内部では Darboux ベクトル Ω は一定の値をとり、 Ω は Ω のノルム、 ω は Ω/Ω 、任意の 3 次元ベクトル \mathbf{a} に対し、 $\mathbf{a}^\parallel = (\mathbf{a} \cdot \omega)\omega$ 、 $\mathbf{a}^\perp = \mathbf{a} - \mathbf{a}^\parallel$ と定義する。棒の形状 $r(s, t)$ は $s = 0$ となる左端から順に決定される。

ここで、ラグランジュの運動方程式を適用することで、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{iQ}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_{iQ}} + \frac{\partial U}{\partial q_{iQ}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_{iQ}} \\ = \int_0^L \mathbf{J}_{iQ}(s, \mathbf{q}, t) \cdot \mathbf{F}(s, t) ds \quad (4) \end{aligned}$$

$T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ は運動エネルギー、 $U(\mathbf{q}, t)$ は内部エネルギー、 $D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ は散逸ポテンシャルを表す。 $\mathbf{F}(s, t)$ は棒に加

わる単位長あたりの外力の合計であり、 J_{iQ} はヤコビ行列 $J_{iQ} = \partial r^{\text{SH}}(s, \mathbf{q}) / \partial q_{iQ}$ である。 $r^{\text{SH}}(s, \mathbf{q})$ という記法は Super-Helix の一般化座標 \mathbf{q} に関するパラメタリゼーションを意味する。 $\mathbf{F}(s, t)$ では、三種類の力の影響を考慮する。すなわち、髪 の 質 量 対 する 重 力、係 数 ν で表される周囲の空気による粘性抵抗、体や周囲の髪 の 毛 と の 間 で 発 生 す る 相 互 作 用 力 で あ る。

$$\mathbf{F}(s, t) = \rho S \mathbf{g} - \nu \dot{r}^{\text{SH}}(s, \mathbf{q}) + \mathbf{F}^i(s, t), \quad (5)$$

ρS は単位長あたりの棒の質量を、 \mathbf{g} は重力加速度を、 \mathbf{F}^i は相互作用力を表す。 T, U, D の定義を以下に示す。

$$\mathbf{T}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \frac{1}{2} \int_0^L \rho S (\dot{r}^{\text{SH}}(s, \mathbf{q}))^2 ds \quad (6)$$

$$U(\mathbf{q}, t) = \frac{1}{2} \int_0^L \sum_{i=0}^2 (EI)_i (\kappa_i^{\text{SH}}(s, \mathbf{q}) - \kappa_i^{\text{N}}(s))^2 ds \quad (7)$$

$$D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \frac{1}{2} \int_0^L \gamma \sum_{i=0}^2 (\dot{\kappa}_i^{\text{SH}}(s, \mathbf{q}))^2 ds \quad (8)$$

U は棒の弾性エネルギーであり、係数 $(EI)_1, (EI)_2$ は方向ベクトル $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ における棒の曲げ剛性を表し、一方、 $(EI)_0$ は捩れ剛性を表している。 $\kappa_0^{\text{N}}, \kappa_2^{\text{N}}$ は自然曲率、 κ_1^{N} は自然撓率と呼ばれ、外力の影響を受けていない状態の棒の形状を特徴付けているパラメータである。 γ は内部摩擦係数である。以上の式を (5) 式に代入し、展開すると以下の連立方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \mathbb{M}[s, \mathbf{q}] \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mu \mathbb{K} \dot{\mathbf{q}} + \mathbb{K} \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{q}^n) \\ & = \mathbf{A}[t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}] + \int_0^L \mathbf{J}_i[s, \mathbf{q}, t] \cdot \mathbf{F}^{iQ}(s, t) ds \end{aligned} \quad (9)$$

\square は関数の引数がすべて明示的に与えられることを表す。 $\mathbb{M}[s, \mathbf{q}]$ は (5) 式を展開した際に $\ddot{\mathbf{q}}$ の項が \ddot{r} の中にのみ現れることから、 T の定義より、 $\rho S \sum_{j=0}^{N-1} (\dot{r}_j \cdot \partial \dot{r}_j / \partial \dot{q}_{i,Q}) \Delta s$ から $\ddot{\mathbf{q}}$ の項を抽出してできる $3N \times 3N$ の係数行列である。 $\partial \dot{r}_j / \partial \dot{q}_{i,Q}$ は $j < Q$ で 0 となり、 \dot{r}_j は $0 \sim j$ に関する $\dot{\mathbf{q}}$ の項を含んでいる。そのため、 $\mathbb{M}[s, \mathbf{q}]$ の各要素は $0 \sim Q$ の全セグメントに関する $\ddot{\mathbf{q}}$ の項の係数となるため、 \mathbf{q}_Q が零ベクトルでない限り、 $\mathbb{M}[s, \mathbf{q}]$ はすべての要素に値が入った密で非対称な行列となる。このため、疎で対称な行列のための高速な計算方法を用いることができず、セグメントの分割数 N に対して計算時間のオーダーは $O(N)^2$ となる。そのため、より精度の高い近似を行う場合に計算量が膨れ上がってしまう。

4. 提案手法

$\mathbb{M}[s, \mathbf{q}]$ を構成する要素のうち、 \ddot{r} に注目する。 \ddot{r} の $\ddot{\mathbf{q}}$ を含む項を取り出すと以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \ddot{r}_L + \ddot{n}_{0L} \Delta s + \mathbf{n}_{0L}^\perp \frac{\Delta s \cos(\Omega \Delta s)}{\Omega} - \mathbf{n}_{0L}^\perp \frac{\sin(\Omega \Delta s)}{\Omega^2} \ddot{\Omega} \\ & + \ddot{\omega} \times \mathbf{n}_{0L}^\perp \frac{1 - \cos(\Omega \Delta s)}{\Omega} + \omega \times \ddot{n}_{0L}^\perp \frac{1 - \cos(\Omega \Delta s)}{\Omega} \\ & + \omega \times \mathbf{n}_{0L}^\perp \frac{\Delta s \sin(\Omega \Delta s)}{\Omega} \ddot{\Omega} - \omega \times \mathbf{n}_{0L}^\perp \frac{1 - \cos(\Omega \Delta s)}{\Omega^2} \ddot{\Omega} \end{aligned} \quad (10)$$

さらに展開し、 $\ddot{\mathbf{q}}$ の項だけを取り出したものを $\mathbf{R}(s, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ とおくと、ある曲線座標 s における $\mathbf{R}(s, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ は、 s が属するセグメント Q の左端 s_L^Q における $\mathbf{R}(s_L^Q, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ を含んでいる。残りの項を $\mathbf{P}(\Delta s, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ とすると、

$$\mathbf{R}(s, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) = \mathbf{R}(s_L^Q, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) + \mathbf{P}(\Delta s, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{M}[s, \mathbf{q}] \cdot \ddot{\mathbf{q}} & = \rho S \sum_{j=0}^{N-1} (\mathbf{R}_j \cdot \partial \dot{r}_j / \partial \dot{q}_{i,Q}) \Delta s \\ & = \rho S \sum_{j=Q}^{N-1} (\mathbf{R}_j \cdot \partial \dot{r}_j / \partial \dot{q}_{i,Q}) \Delta s \end{aligned} \quad (12)$$

$\mathbf{R}(s_L^Q, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ はあるセグメント Q に関して、 $0 \sim (Q-1)$ のセグメントの $\dot{\mathbf{q}}_0 \sim \dot{\mathbf{q}}_{Q-1}$ を定数と置くと零ベクトルになる。このとき、 $\mathbb{M}[s, \mathbf{q}]$ は対角上に連続する 3×3 の要素群が残り、残りはすべて 0 となる。よって、 $\mathbb{M}[s, \mathbf{q}]$ は N 個の 3×3 行列に分解され、次の運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \mathbb{M}_Q[s, \mathbf{q}_Q] \cdot \ddot{\mathbf{q}}_Q + \mu \mathbb{K}' \dot{\mathbf{q}}_Q + \mathbb{K}' \cdot (\mathbf{q}_Q - \mathbf{q}_Q^n) \\ & = \mathbf{A}[t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}] + \int_0^L \mathbf{J}_i[s, \mathbf{q}, t] \cdot \mathbf{F}^{iQ}(s, t) ds \end{aligned} \quad (13)$$

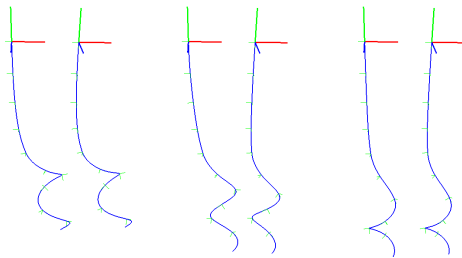
ここで \mathbb{M}_Q は各セグメント Q に対応する 3×3 の行列である。 N 個の連立方程式に分解されたことにより、計算時間のオーダーは $O(N)$ となる。また、個々のセグメントで独立して解くことができるため、より並列化に適したアルゴリズムとなる。ただし $\mathbf{J}_i, \mathbf{F}^i$ に関しては従来と同様にして解く。

5. 結果

提案手法を実装した結果を示す。実行環境は、CPU:Core i7 2.66GHz、MEM:6GB を搭載した PC である。

図 1 は、従来手法と提案手法を左右に並べ、アニメーションの振舞いを比較したものである。提案手法は従来手法とよく似た振舞いを示しているが、細かく数値的に比較したところ、違いがみられた。特に弾性が強い場合において、減衰の影響が強くなった。これは $\mathbf{R}(s_L^Q, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ を 0 としたことが影響したと思われる。次に、計算時間を計測した結果を図 2 に示す。

図 2 は CPU 上でシングルスレッドで実行した場合の、1 本の Super-Helix のタイムステップを一回進めるのにかかる計算時間の平均を表している。計算時間のオーダーは Super-Helix のセグメント数 N について従来手法が



(a) 初期状態 (b)10 ステップ後 (c)40 ステップ後

図1 実行結果 (左:従来手法, 右:提案手法)

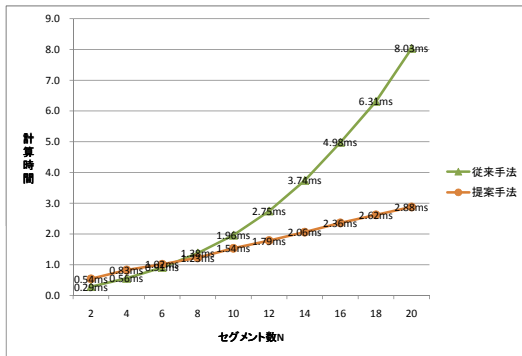


図2 計算時間の比較

$O(N^2)$, 提案手法が $O(N)$ であり, それが反映された結果となっている。

6. まとめと課題

コンピュータに人間のヘアスタイルを取り込み, 自在にスタイリング・モデリング可能なヘアスタイリングシステムを構築するためには, 物理パラメータに基づき, カールなどの髪の特徴を含めたシミュレーションを対話的な速度で行う手法を開発することが必要であると考え, 我々は Super-Helices 法の改良計算法を提案した. 提案手法は Super-Helix のセグメント数 N について $O(N)$ の計算時間であるだけでなく, 並列化に適した手法である. このことがマルチコア CPU や GPU などの並列演算器上で実行した場合に, どの程度パフォーマンスに影響を与えるかを検証することが今後の課題である. また, 従来手法の計算結果との誤差についても検証する必要がある. 必要に応じて, 反復手法などを用いて誤差を小さくすることも検討する.

参考文献

1) Bertails, Florence. Linear time super-helices. *Computer Graphics Forum (Eurographics 2009)*, Vol. 28, No. 2, pp. 417–426, 2009.

2) Bertails, Florence, Audoly, Basile, Cani, Marie-Paule, Querleux, Bernard, Leroy, Frédéric, and Lévêque, Jean-Luc. Super-helices for predicting the dynamics of natural hair. In *SIGGRAPH '06: ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, pp. 1180–1187, New York, NY, USA, 2006. ACM.

3) Müller, Matthias, Heidelberger, Bruno, Teschner, Matthias, and Gross, Markus. Meshless deformations based on shape matching. In *SIGGRAPH '05: ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, pp. 471–478, New York, NY, USA, 2005. ACM.

4) Rivers, Alec R. and James, Doug L. Fastlsm: fast lattice shape matching for robust real-time deformation. In *SIGGRAPH '07: ACM SIGGRAPH 2007 papers*, p. 82, New York, NY, USA, 2007. ACM.

5) Rungjiratananon, Witawat, 金森由博, 西田友是. 形状一致に基づく様々なヘアスタイルの対話的シミュレーション. *グラフィックスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2009 予稿集*, 2009.

6) Selle, Andrew, Lentine, Michael, and Fedkiw, Ronald. A mass spring model for hair simulation. In *SIGGRAPH '08: ACM SIGGRAPH 2008 papers*, pp. 1–11, New York, NY, USA, 2008. ACM.