Clustered Shape Matching法における四面体分割を用いた破断面生成
Generating Fracture Surface with Tetrahedra-division in Clustered Shape Matching

辻 和徳 †　藤澤 誠 †　三河 正彦 †
Kazunori Tsuji†, Makoto Fujisawa‡ and Masahiko Mikawa‡
† 筑波大学
†University of Tsukuba

1　はじめに

近年，CG 製作のために物理法則に基づいたシミュレーションが多く用いられている．その例として，水の流れや炎，様々な物体の動きが挙げられる．物体の破壊もまたその一つであり，従来は FEM や BEM などのような物体に働く力と運動方程式から線形システムを用いて解析的に動きを計算する手法を用いて破断箇所を検出していた．しかし，これらの手法は大きな計算コストがかかり，リアルタイム実行が困難である．そこで近年，物体の変形をリアルタイムで計算することができる Shape Matching 法 [1] と呼ばれる手法による破壊表現の研究がなされている．Shape Matching 法の拡張手法である Clustered Shape Matching 法を用いた破壊は Jones ら [2] が提案したが，Jones らは運動を計算する際の標本となる点 (以下計算点) からのメッシュ生成を行っていない．また，Clustered Shape Matching 法を更に拡張した Lattice Shape Matching 法を用いた破壊およびメッシュ生成は Ohta ら [3] が提案したが，破断面の生成時にパーリンノイズを使って頂点を修正するため，破断の進展によって生成された新しい面ではない．

本論文では，Jones ら [2] の手法をベースに，破断の進展から直接面を生成する手法を提案する．

2　破壊計算とそれに基づく破断面生成

本論文では物体を Clustered Shape Matching 法によって運動計算を行うことで破壊が発生する箇所を検出する．更に，破断発生箇所から破断面の位置を決め，それを元にメッシュを張ることで破壊の視覚化を行う．

この章では，基礎となる運動計算を説明した後，破断面の生成についても述べる．

2.1　Clustered Shape Matching 法による運動計算

物理シミュレーションでの高速な破壊を実現するために，本論文では，Shape Matching 法に基づいた手法を用いる．

ただし，Shape Matching 法は 1 つの行列により変形を表現するため，局所的な変形や複雑な変形には対応できない．そこで，物体をクラスタと呼ばれる小領域に分割し，各クラスタで変形計算を行う Clustered Shape Matching 法を用いる．ここで，Clustered Shape Matching 法では反復によって各クラスタの動きを伝播させる範囲を広げることができ，その結果物体の硬さを調整できる．

本論文では内部点についても考えるために，物体を四面体分割して各頂点を計算点とし，その頂点とエッジで直接接続された点 (図 2 の青い点，以下 1-ring neighbor) でクラスタを構成する．また，その点とエッジで接続された頂点 (図 2 の緑の点，以下 2-ring neighbor) もクラスタに含めることでクラスタの大きさを変えることができる．

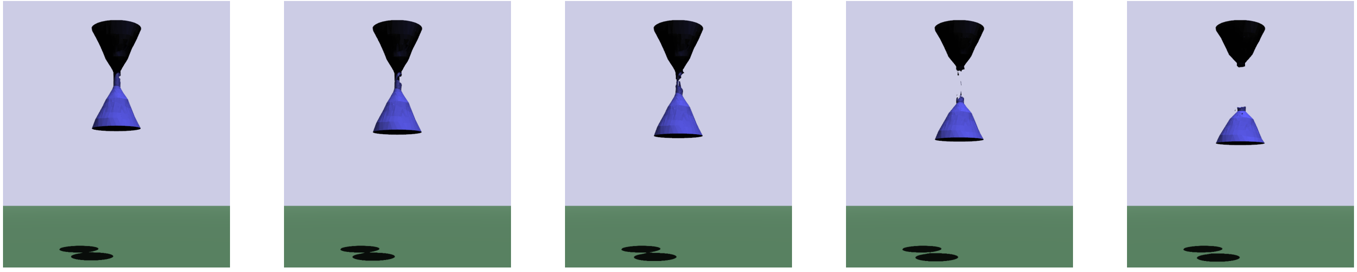
2.2　破壊計算

連続体力学に基づいた手法では，各点にかかる応力テンソルの固有値解析を行うことで，破断発生位置を検出することができる．一方，Shape Matching 法では応力テンソルは扱わないが，クラスタごとに変形行列を固有値解析することにより破断が発生する箇所を検出できる [2]．

本論文でもこの方法により破断位置を検出するが，これに加え多数の亀裂が同時に発生するのを防ぐため，単純に閾値を設定するだけでなく，すべてのクラスタについて最も大きな固有値をもつものを破断するクラスタとする．ただし，破断するクラスタを 1 つのみに限定すると大きく変形したまま破断しないクラスタが生じる恐れがあるため，更にクラスタの変形限界に関する閾値を設定し，それを超えたクラスタを強制的に破断させる．また，1 つのクラスタのみを破断させても重なっている別のクラスタの破断を行っていなければ物体を完全に破断させることができないため，重なっているクラスタも破壊進展方向に合わせて破断する．

2.3　破断面の生成

本論文の破断面生成は，2.1 節で述べた物体を構成する四面体を使用する．これらの四面体が 2.2 節で計算した破断面と交差する場合，その破断面との交点を使ってメッシュを張ることで，破断面を生成する．その手法について説明する．



17 フレーム　19 フレーム　21 フレーム　23 フレーム　25 フレーム

図 1: ダンベル型物体における引っ張りによる破壊

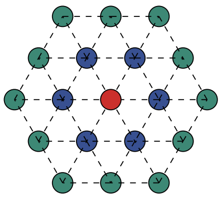


図 2: 近傍頂点の定義

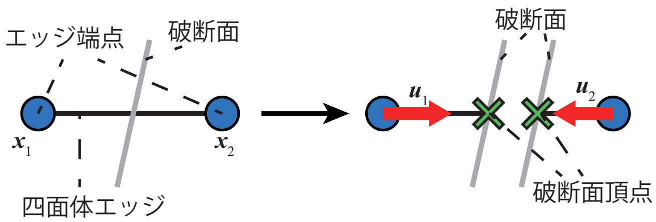


図 3: 破断面頂点の生成

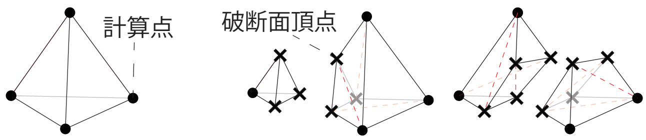
まず，四面体と破断面の交差判定を計算する際，クラスタと四面体との対応関係が必要となるため，初期状態でクラスタを生成する際にその元となった四面体とクラスタとの対応関係を記録する．

シミュレーション中の運動計算においてクラスタが分離した際，クラスタに所属する四面体のエッジ中から計算上の破断面と交差するものを探す．このとき，エッジとの交点を破断面頂点と呼ぶ (図 3)．

破断面頂点に質量を持たせると質量保存を満たさなくなるため，質量を持たせない．そうすると，破断面頂点は Shape Matching 法によって位置計算することができない．そこで，本論文では破断面頂点の位置は対応付けされた計算点からの相対座標として記録し，計算点の運動計算に合わせて回転させることで，破断面を計算点に追従させる．このとき，初期形状における計算点・破断面頂点の位置が必要となる．エッジの両端の初期座標を $\boldsymbol{x}_1^0$，$\boldsymbol{x}_2^0$， 破断の進展方向 $\boldsymbol{V}$ を近傍計算点が所属しているクラスタにかかる回転行列の逆行列 $\boldsymbol{R}^{-1}$ だけ回転させてクラスタの初期状態に対応させたものを $\boldsymbol{V}^0$ とし，初期状態におけるクラスタの重心を $\boldsymbol{c}_{cm}^0$ として位置ベクトル $\boldsymbol{x}$ を引数としてスカラー値を返す関数 $f(\boldsymbol{x}) = |(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{c}_{cm}^0) \cdot \boldsymbol{V}^0|$ を定義すると，各計算点に対応する破断面頂点の相対初期座標 $\boldsymbol{u}_1^0$，$\boldsymbol{u}_2^0$ は以下の式 (1) によって求められる．

$$\boldsymbol{u}_1^0 = \frac{(\boldsymbol{x}_2^0 - \boldsymbol{x}_1^0) f(\boldsymbol{x}_1^0)}{f(\boldsymbol{x}_1^0) + f(\boldsymbol{x}_2^0)} \quad , \quad \boldsymbol{u}_2^0 = \frac{(\boldsymbol{x}_2^0 - \boldsymbol{x}_1^0) f(\boldsymbol{x}_2^0)}{f(\boldsymbol{x}_1^0) + f(\boldsymbol{x}_2^0)} \tag{1}$$

次に，交差エッジを含む四面体を分割するために，そのような四面体の情報を一旦削除し，図 4 のような新たな立体構造を生成する．



(a) 元の四面体　(b) 破断パターン 1　(c) 破断パターン 2

図 4: 破断により生じる立体構造 （赤い破線は三角面の境目を示す）

このように生成された破断面頂点と立体構造によって，破断面を形成することができる．破断面頂点の現在のタイムステップにおける相対位置 $\boldsymbol{u}$ は，各破断面頂点について，対応する計算点にかかる回転行列 $\boldsymbol{R}_1$ とその点からの初期相対位置座標 $\boldsymbol{u}^0$ を用いて以下の式のように計算する．

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{u}^0 \tag{2}$$

実際のシミュレーションでは，対応する計算点が所属するクラスタが複数あるため，それぞれのクラスタの回転行列を用いて式 (2) を計算し，その平均を取って $\boldsymbol{u}$ としている．また，対応する計算点が所属するクラスタが破断の繰り返しにより位置の計算が不能になったとき，破断面頂点の位置も計算不可能になるため，そのような破断面頂点は削除する．

2.4 破断面の修正

四面体単位で独立して破断を考えているだけでは，図 5 のように破断面が一部連続しない箇所がある．実際の破壊

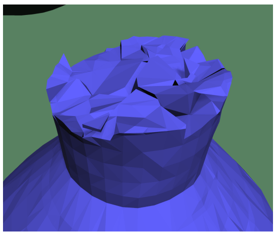
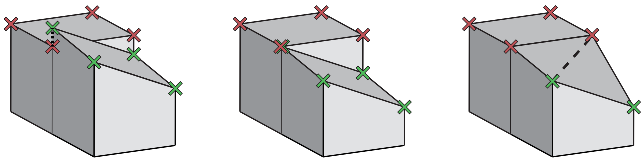


図 5: 2.3 節までの実装における破断面

では，破断が進む面 (crack front) に応力が集中することで，材質によって多少の凹凸は生じるものの，全体的に連続した破断面となる．



(a) (b) (c)

図 6: 破断点位置の修正による破断面の高品質化

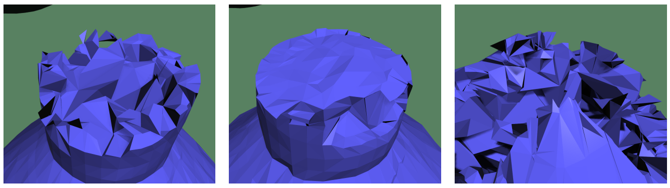
このような連続した破断面を得るため，まず新しく生じた破断面 (図 6 の緑色の頂点からなる面) が近傍にある既に生成された破断面頂点 (図 6 の赤色の頂点) を通るように破断面の位置を修正する．また，式 (1) で用いられた関数 $f(\boldsymbol{x})$ を破断面頂点に対応する計算点の初期座標 $\boldsymbol{x}^0$ とその計算点からの破断面頂点の初期相対座標 $\boldsymbol{u}^0$ を用いて $f(\boldsymbol{x}) = |(\boldsymbol{x} - (\boldsymbol{x}^0 + \boldsymbol{u}^0)) \cdot \boldsymbol{V}^0_{max}|$ と定義しなおし，これを式 (1) に適用する．これにより，図 6(b) に示すように破断面をその頂点に関して連結させるだけでなく，クラスタの分離における破断の進展も連続的なものにすることができる．

しかし，点に関してのみを考えた破断面の連結では各破断面がエッジでつながらず，ずれが残ってしまう．そこで，図 6(c) に示したように既に破断が起きたエッジを含む四面体で破断が起きた場合，エッジと対応する破断面頂点を使って破断面を修正する．

3　実行結果

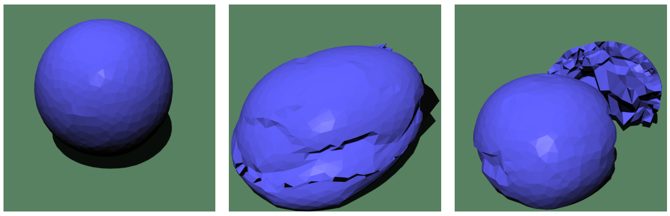
提案手法を様々な物性および形状に適用した結果を示す．実験は CPU:Intel Core i5-3450 3.2GHz，Memory 8GB の環境で行った．

図 1 は破断発生箇所を分かりやすくするためにダンベル型の物体を使い，下部を引っ張ることによる破壊を行った結果を示したものであり，また図 7 はクラスタの規模および 2.1 節で示した Clustered Shape Matching の運動計算の反復回数を変えた場合の破断面の比較を表したものである．この実験で使用した物体は 2489 個の計算点を持つ．図



(a) (b) (c)

図 7: パラメータの調整による破断面の比較



51 フレーム　52 フレーム　53 フレーム

図 8: 球の落下による破壊

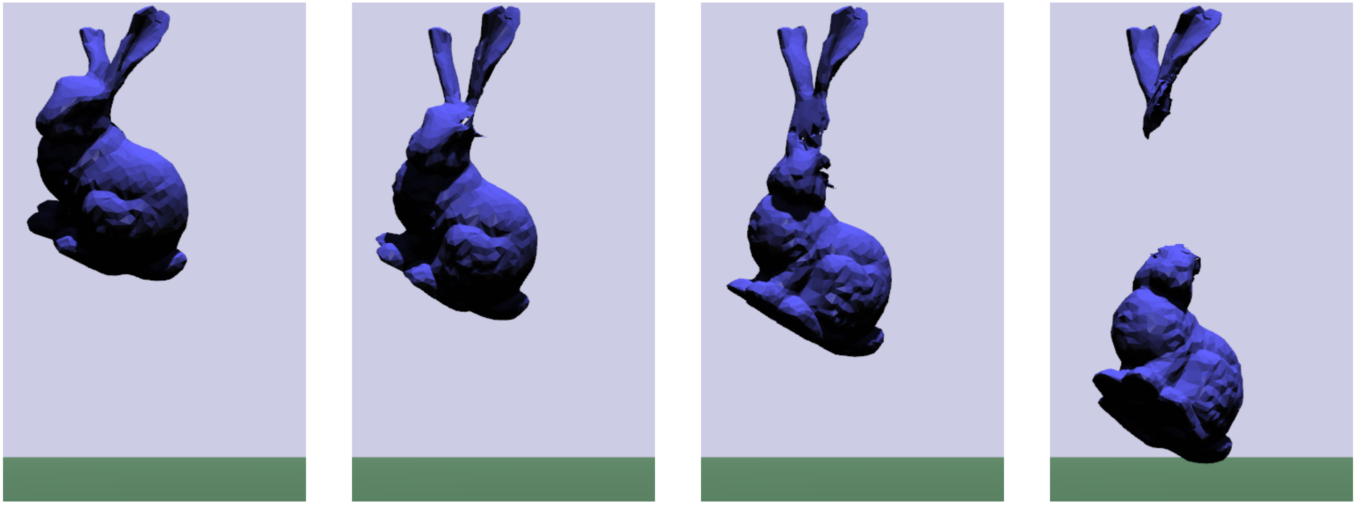
7 に対応するパラメータと 1 タイムステップあたりのシミュレーション計算時間の比較は次の表 1 の通りである．ここで，図 7(b) でクラスタ数が少なくなっているのは，図 7(a) や図 7(c) で 1-ring neighbor としているクラスタの規模を 2-ring neighbor に拡大したためである．また，計算時間のうち破断面の生成にかかった時間の割合は図 7(a) で 20〜21 %，図 7(b) で 57〜83 %，図 7(c) で 60〜96 % であった．

表 1: 実験 1 のデフォルト値

図番号	クラスタ数	反復回数	計算時間 (ミリ秒)
7(a)	2489	30	110 〜 162
7(b)	447	30	30 〜 61
7(c)	2489	5	25 〜 94

図 7(b) では破断面が図 7(a) の場合 に比べて平らになっている．これは，クラスタ規模を大きくすることにより 1 タイムステップごとにおける生成される破断面の面積が大きくなり，また破断の伝播速度が上がることで変形方向が大きく変わる前に物体全体の破断が終わったためであると考えられる．一方，7(c) では非常に凹凸の激しい破断面が生じている．その原因は，反復回数を減らしたことにより変形限界を超えない範囲でクラスタごとの変形が大きくなり，1 タイムステップにつき原則 1 つのクラスタしか破断しないという制約により破断が伝播するまでの間にクラスタの変形方向が大きく変わってしまうことにあると考えられる．

図 8 は球を落下させることによる破壊を行った結果を示している．このとき，球の計算点の個数は 1398 個であり，クラスタは 5-ring neighbor で構成し，その数は 15 個であ



41 フレーム　　53 フレーム　　65 フレーム　　77 フレーム

図 9: Bunny を空中固定することによる破壊

る．図 1 とは異なり一瞬で破断が完了しているが，これはクラスタを大きくすることによって，破断の伝播速度が上がったことによる．計算時間は 1 フレームあたり 4〜124 ミリ秒であり，そのうち破断面生成にかかった割合は 57〜83 % であった．クラスタを大きくすることで破断する四面体の数が多くなることで計算コストが大きくなり，その結果一瞬だけ処理が遅くなったと考えられる．

図 9 は Stanford Bunny の耳の部分を固定して破壊を行った結果を表す．Bunny の計算点の個数は 4910 個であり，クラスタは 2-ring neighbor で構成し，その数は 803 個である．1 フレームあたりの計算時間は 57〜124 ミリ秒であり，そのうち破断面生成にかかった割合は 47〜50% である．

4　まとめと今後の課題

本論文では，Clustered Shape Matching 法に基づいた破壊計算と四面体分割による破断面生成によって，リアルタイムに近い速度で物理法則に基づいた破壊シミュレーションを実現した．

今後の課題としては，立体構造が新しい破断面と交差した場合，新たに生成される立体構造がより複雑なものとなってしまい，更に破断面頂点のみで構成される立体構造も現れてしまう．本論文ではこのような立体構造について考えていない．解決策として，新たに生じた立体構造もすべて四面体で構成されているものとするというものが挙げられる．

また，図 7(c) に示したように反復回数を減らすと非常に凹凸の激しい破断面が生成される．この原因はクラスタごとの変形が大きくなり，1 タイムステップにつき 1 つのクラスタしか破断しない制約により破断しなかったクラスタの変形方向が大きく変わり，その結果破断進展方向も大きく変わることにあると考えられる．解決策としては，破断するクラスタの近傍に存在する破断面の法線ベクトルを参照し，そのクラスタから生じる破断面の法線ベクトルとの平均をとることが考えられる．

最後に，現在の手法をより高速化し，より大規模なシーンにも対応させることとすることも課題である．

参考文献

[1] M. Müller, B. Heidelberger, M. Teschner, M. Gross, Meshless deformations based on shape matching, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 24, No. 3, pp. 471–478, July 2005.

[2] B. Jones, A. Martin, J. A. Levine, T. Shinar, A. W. Bargteily, Ductile fracture for shape matching, In *Proceedings of the 20th ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games (I3D' 16)*, pp. 65–70, Redmond, WA, February 2016.

[3] M. Ohta, Y. Kanamori, T. Nishita, Deformation and fracturing using adaptive shape matching with stiffness adjustment, In *Proceedings of Computer Animation and Social Agents 2009*, Vol. 20, No. 2, pp. 365–373, June 2009.

[4] J. F. O'Brien, J. K. Hodgins, Graphical modeling and animation of brittle fracture, In *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 137–146, ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., August 1999.