

SPH法とShape Matching法を用いた相変化シミュレーション -Simulation with Phase Change Using SPH Method and Shape Matching Method-

仲宗根良†, 藤澤誠†, 三河正彦†
Ryo NAKASONE†, Makoto FUJISAWA† and Masahiko MIKAWA†

† 筑波大学大学院 † University of Tsukuba

1 はじめに

CGにおいて氷のような物体の相変化現象を再現することは、ひとつの大きな課題である。本論文では、物体を粒子の集合として近似シミュレーションする粒子法を用いて、固体-液体間の相変化をCGで再現する方法を提案する。固体-液体間の相変化シミュレーションでは、固体形状の変化に応じて運動も変化するために、固体の構造が問題となる。この問題を解決するために、従来手法では全固体粒子がどの固体に属しているのかを毎フレーム追跡していた[1]。しかし、この手法では常に全固体粒子に対して所属の判定を行わなくてはならず、構造が変化しない粒子も処理対象となってしまう欠点がある。本論文では、従来研究のトップダウンな剛体シミュレーションとは異なり、接続情報を基にしたボトムアップな運動計算法を提案する。固体を構成する粒子集合から四面体を作成し、四面体ごとに運動計算を行う。そして、個々の四面体の運動計算結果の総和を固体全体の運動として扱う。こうすることで、固体の分離・結合が局所的に判定できるため、従来研究のような粒子の所属判定は不要となる。また、液体の運動計算はSPH法、固体の運動計算はSM法によって求め、結果を線形補間することで、粘弾性体の相変化まで表現する。以上の手法により、物体の融解・凝固現象を高速にシミュレーションできるアプリケーションを開発する。

2 提案手法

2.1 全体の流れ

提案手法では、液体をSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法によって運動計算する。また固体を四面体の集合で構成し、四面体はそれぞれSM(Shape Matching)法によって運動計算する。各四面体の運動計算結果の総和を固体粒子に反映させることで、固体全体の運動を計算する。また、温度変化によって固体粒子が融解条件を満たすと四面体から粒子を取り除くことで融解を表し、凝固はこの逆によってシミュレーションする。

2.2 四面体を用いた固体構造

本論文では、Takamatsuら[3]やSolenthalerら[2]らの弾性体シミュレーションを基として固体構造の作成する。[3]では、ある粒子の近傍に存在する粒子を基にSM法におけるクラスタ[5]を作成して弾性体を構築した。近傍粒子を基にクラスタを構築した場合、近傍粒子を探索する影響半径の大きさによっては融解時の分離が厳密に行われない可能性がある。不自然な状況を避けるために影響半径の大きさを小さくすると、近傍粒子数が減ることでクラスタ間の共通粒子数が少なくなり、弾性体としての挙動が強まってしまう。Takamatsuら[3]の手法では、物体の挙動を堅くするための方法としては影響半径を大きくとり粒子数を増やすことしか提案しておらず、シミュレーションの状況によっては厳密な分離が行われない可能性がある。これに対して本論文では、図1のように粒子を接続する三角形を基にクラスタを構築することで、厳密な分離を考慮しつつ剛性を確保する手順を用いる。なお、図1やこれ以降の図

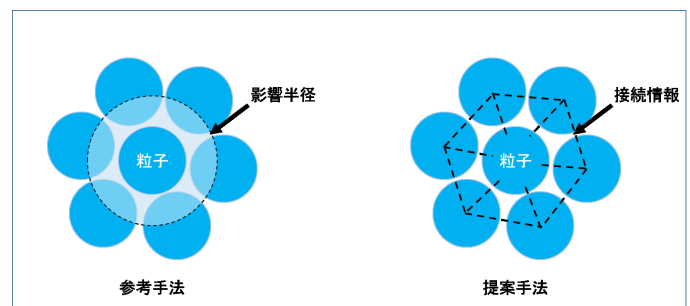


図1: 参考手法と提案手法の違い

では三角形を用いているが、実際の三次元シミュレーションでは四面体を用いている。

まず、各四面体に対して近傍に存在する四面体を探索する。ここでの近傍とは、ある四面体に属する粒子が直接接続する全ての四面体である(1-ring neighbors)。四面体に含まれる粒子から探索して得られる近傍四面体には、また新たな粒子が含まれているので繰り返し近傍探索を行うことができる。これを繰り返すことで複数の四面体を取得し、それぞれの四面体に含まれる固体粒子でクラスタを構成する。ここで、初期の四面体から探索して得られた近傍四面体を第1層目の近傍四面体、1層目の各近傍四面体の近傍

を探索して得られた新たな近傍四面体を第2層目と定義する(図2). このように定義することで, 近傍四面体を第 n

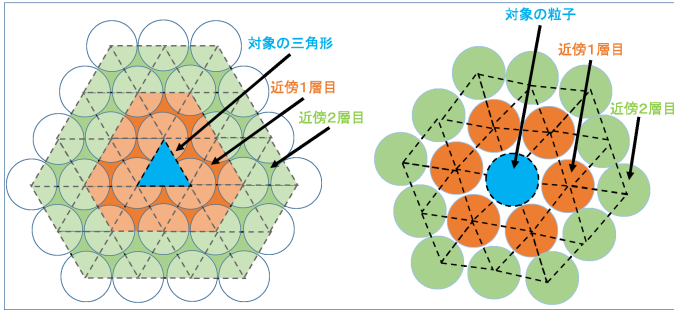


図 2: 四面体の近傍四面体と, 近傍粒子探索

層目まで探索するとして, 探索の深さを単純なパラメータ n を指定できるようになる. n が大きいかほど探索は深くなるため, クラスタを構成する粒子数は増え, 逆に n が小さいほどクラスタを構成する粒子数は減る. 物体の剛性は各クラスタを構成する粒子数によって決まるため, n を変動させることで物体の剛性を調整できるようになる. これは影響半径の大きさを変えるという[3]の手法とは異なり, 粒子の接続情報のみを考慮しているため厳密な分離をシミュレーションできる. また, [3]の手法では影響半径は球で定義されているため, 細長い物体に対してはあまり効果がなかった. しかし本論文の手法では近傍に存在する四面体の数によって探索が行われるため, 細長い物体に対しても問題なく剛性の調整が行える. また n に加えて最小粒子数や最大粒子数を設定してクラスタ作成を行うことで, 比較的均一な堅さを保った物体の作成も可能となる.

2.3 固体の運動計算

Takamatsuら[3]の手法では, 粘弾性体をSM法で用いたクラスタを用いて定義している. 固体は複数のクラスタを重ね合わせることで構成する. 各クラスタの運動計算は並列に行い, 最終的な固体粒子の運動は粒子が属する全てのクラスタの運動結果を平均して求める.

本論文では粒子ごとにクラスタを作成する場合と, 四面体ごとにクラスタを作成する2パターンを実験した. 粒子ごとにクラスタを作成する場合, 粒子が所属しているすべての四面体を取得し, 各四面体に含まれている粒子をクラスタに含める. さらに, 各四面体の全ての近傍四面体からも同様にして粒子を取得する. 四面体ごとにクラスタを作成する場合, 四面体に含まれている粒子をクラスタに含め, さらに四面体の全ての近傍四面体からも同様にして粒子を取得する.

粒子ごとにクラスタを作成する場合と四面体ごとに作成する場合を比べると, 後者の場合はクラスタ数が多くなるため前者と比べて若干剛性が保持されやすくなった. し

し, 数千個の粒子に対して四面体数が数万個となるため, 作成される多くなりすぎてしまいリアルタイム処理には不向きとなった. また歪な形の四面体が多く存在した場合は, 運動が不安定になることもあった. そのため, 本論文では[3]の手法と同様に粒子ごとにクラスタを作成して実験を行う. ただし固体粒子の探索には四面体構造を用いているため, 前述の利点は維持している.

2.4 熱伝達シミュレーション

Storaら[4]の方法により, 以下の式で粒子間の伝熱を計算する.

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = c_d \sum_{j \in N_i} m_j \frac{(T_j - T_i)}{\rho_j} \nabla^2 W(r_{ij}, r_e) \quad (1)$$

T_i は粒子 i の温度, c_d は熱拡散係数, r_{ij} は粒子 i とその近傍粒子 j との距離, m_j は粒子 j の質量, N_i は粒子 i との距離が影響半径 r_e 以内の近傍粒子の集合, ρ_j は粒子 j の密度, W はカーネル関数である.

また周囲の空気の温度を一定と近似し, ニュートンの冷却法則からその伝熱を計算する. 粒子が空気に触れている表面積を最大近傍粒子数 N_{max} から近傍粒子数粒子 i を引いた値で近似することで粒子が受け取る熱量は $Q_i = h(T_{air} - T_i)(N_{max} - N_i)$ と計算できる. Q_i は粒子 i が受け取る熱量, h は熱伝達係数, T_{air} は空気の温度である.

2.5 固体の融解・凝固

本論文で扱う相変化処理は, 固体から液体への融解と液体から固体への凝固の2つである. 熱計算の後, 各粒子の温度・熱量変化を基に相変化処理が行われるかを判定する. 以下の節では, 融解・凝固シミュレーション処理の詳細を述べる.

2.5.1 融解シミュレーション

顕熱変化により固体粒子の温度が融点を超え, その後の潜熱変化により含有熱量が融解潜熱量を超えた場合, 液体粒子は固体粒子へ相変化する. 固体粒子の潜熱変化中に含有熱量が減少して液体粒子へと相変化せず, 顕熱変化へ戻る場合も考慮する. また融解により固体が2つ以上に分離することも考慮しなくてはならない.

Uchidaら[1]の手法では, 固体粒子の集合である固体を1つの剛体として扱うことで運動を計算していた. そこで固体を構成する全ての固体粒子を把握するために, 各固体粒子がどの固体に属しているかという情報を更新していた. この更新処理は, 融解によって固体が複数に分離した場合を考慮して, 全ての粒子に対してどの固体に属しているの

かを更新しなくてはならなかった。その結果、融解に関係のない固体粒子も更新を行わなくてはならず、不要な処理が生まれるため非効率的である。

本論文では、固体粒子が液体粒子へ相変化すると、固体粒子が所属する四面体から粒子情報を取り除く。結果として、固体粒子が所属していた四面体の情報を更新するだけでよいため、接続情報の更新を効率的に行うことができる。また、[1]の手法では固体を構成する固体粒子全体を把握するために、探索処理が必要であった。本論文では、[1]で用いられている固体粒子が所属する固体塊情報の更新処理ではなく、近傍四面体探索とクラスタの再構成を行う。融解した粒子の接続情報を取り除くのに合わせて、近傍四面体および固体を構成するクラスタも近傍四面体に合わせて局所的に更新する(図3)。更新処理は近傍四面体探索が浅

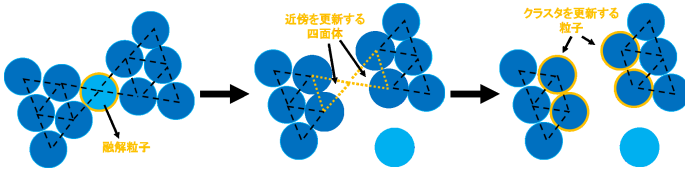


図 3: 融解時の四面体情報更新とクラスタ情報更新

ければ問題にならないが、剛性を高めるため探索を深くすると計算時間が急増するのには注意する必要がある。

2.5.2 凝固シミュレーション

顕熱変化により液体粒子の温度が凝固点以下となり、その後の潜熱変化により凝固熱を全て開放した場合、液体粒子は固体粒子へ相変化する。本論文では四面体構造を導入したため、液体粒子が固体粒子へ相変化すると粒子の近傍に存在する固体粒子を探索して新たな四面体を作成する。その後、融解の場合と同様に近傍四面体探索とクラスタの再構成を行う。また相変化粒子のみが近傍に複数存在する場合も、相変化粒子間で四面体を作成し近傍四面体探索を行い、クラスタを作成する。

2.6 粒子の最終的な運動

最終的な粒子の位置・速度は[3]と同様に、SPH法とSM法それぞれの手法で速度を個別に求め、それらを線形補間する。補間は粒子ごとのパラメータ $\beta_i (0 \leq \beta_i \leq 1)$ を用いて以下の式(2)(3)で表せる。

$$\mathbf{v}_i^{t+\Delta t} = \beta_i \mathbf{v}_i^{SPH} + (1 - \beta_i) \mathbf{v}_i^{SM} \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_i^{t+\Delta t} = \beta_i \mathbf{x}_i^{SPH} + (1 - \beta_i) \mathbf{x}_i^{SM} \quad (3)$$

β_i を変えることで物性を固体、粘弾性体、流体と変化させる。 β_i が 0 に近い場合は、固体としての動きが強く見られ、

1 に近い場合は流体に近い振る舞いをする。 β_i が 0.5 に近い場合は、液体と固体の中間状態である粘弾性体の振る舞いをする。ロウやマグマなどの物体の中間状態としては粘弾性体が見られるが、水と氷のような物体の場合は液体と固体で状態がはっきり分かれている。提案手法では、 β_i の変動方法を 2 つ用意することで中間状態が存在する物体と中間状態が存在しない物体の両方を表現している。中間状態が存在する物体の場合は、温度によって β_i を連続的に変動させる。中間状態が存在しない物体の場合は、液体粒子で $\beta_i = 1$ 、固体粒子で $\beta_i = 0$ と変動させる。

また、このままでは液体から固体へ働く力を考慮していない。本論文では、固体に外力が加わった場合のアニメーションを作成するために上記の式を用いる場合と別の運動決定法を提案する。提案手法では全ての粒子を液体粒子として扱い、SPH法を用いて運動計算を行った後、その結果を中間速度・位置として固体の位置計算を行う。この方法はあくまで液体から固体へ働きかける力を正確に計算おらず、大きな外力が加わると不安定になることがある。

3 結果

提案手法によって得られた結果画像を図4から図6に示す。また各実験の結果を表1に示す。レンダリング時間には三角形メッシュによる表面抽出も含まれている。

表 1: 実験結果

	総粒子数	シミュレーション	レンダリング
実験 1	2197 個	17.8ms	11.4ms
実験 2	10572 個	47.1ms	12.8ms
実験 3	2399 個	18.4ms	9.1ms

図4は地面に立方体状の固体を、その上方に液体粒子を配置して実験を行った結果である。液体が固体に触れると凝固して固体となっているのが確認できる。図5は立方体状の固体を配置し実験を行った結果である。立方体上部の縁や角から融解しているのが確認できる。図6は地面に立方体状の固体へ水滴を落下させて実験を行った結果である。水滴が固体表面を伝って冷やされることで凝固しているのがわかる。

用意した実験設定それぞれで粒子の融解・凝固が確認できたことから、提案手法による相変化シミュレーションが有用であるとわかる。また図4、図5より、粒子が接触した部分から次第に相変化が起こっていることから、粒子間の伝熱処理が行われていることが確認できた。また図6より、表面に存在する粒子から相変化していることから、空気と粒子間の伝熱処理が行われていることが確認できた。しかし各実験において、固体にかかる外力が存在する状況

では弾性体としての挙動が目立つアニメーションとなった。また別の実験にて、中間状態として高粘弾性流体を用いた場合でも安定して相変化が行われていること確認している。

4 まとめと今後の課題

本論文では、液体と固体の相変化シミュレーションを高速に行うための手法を提案した。固体を四面体の集合で構成し、個々の四面体運動の総和を固体全体の運動とすることで、固体粒子の所属判定の必要のない手法を提案した。実験では、提案手法による相変化シミュレーションが実現できているかを、複数の状況を用意することで確認した。

今後の課題としては、弾性体の延長として剛体を捉えることによる剛体運動の不完全さが挙げられる。固体の運動をボトムアップ的な手法を用いて安定、かつ自然な挙動になるように計算する必要がある。また、近傍四面体探索を深くして各クラスタを構成する粒子数を多くすると剛性は高まるが、近傍四面体数や粒子数が多くした場合でも計算時間を抑える手法の開発が今後の課題である。加えて、粒子数を増やしても各クラスタの運動計算を高速に行うために、隣接クラスタ間で重複している粒子成分を考慮した並列化などで、計算時間を削減することが考えられる。

参考文献

- [1] H. Uchida, K. Iwasaki, Y. Dobashi and T. Nishita, “Particle-based Simulation of Ice Melting Taking into Account Meltwater”, Visual Computing/グラフィクスとCAD 合同シンポジウム 2010 予稿集, No. 5, 2010.
- [2] B. Solenthaler, J. Schläfli and R. Pajarola, “A Unified Particle Model for Fluid-Solid Interactions”, Computer Animation and Virtual Worlds, Vol. 18, No. 1, pp.69-82, 2007.
- [3] K. Takamatsu and T. Kanai, “A Fast and Practical Method for Animating Particle-Based Viscoelastic Fluid”, The International Journal of Virtual Reality, Vol.10, No.1, pp.29-35, 2011. (also presented in CASA 2011)
- [4] D. Stora, P. Aliati, M. Cani, F. Neyret and J. Gasquel, “Animating Lava Flows”, In Proc. Graphics Interface, pp.203-210, 1999.
- [5] M. Müller, B. Heidelberger, M. Teschner and M. Gross, “Meshless Deformations Based on Shape Matching”, ACM Transaction on Graphics, Vol. 24, No. 3, pp.471-478, 2005.

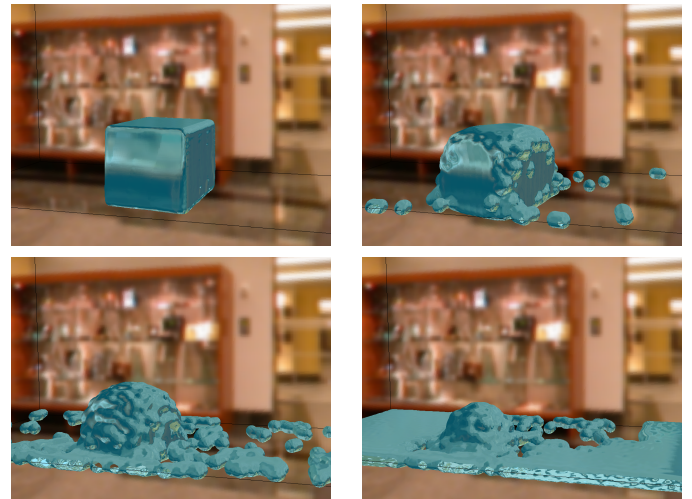


図 4: 空気との熱処理による融解

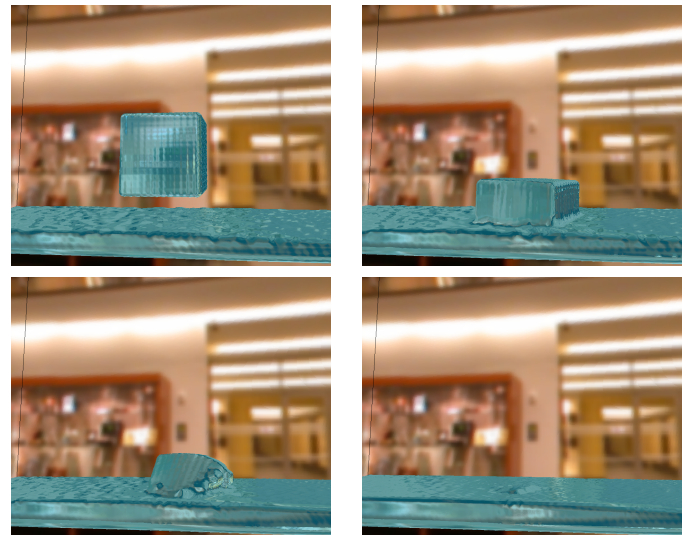


図 5: 液体との熱処理による融解

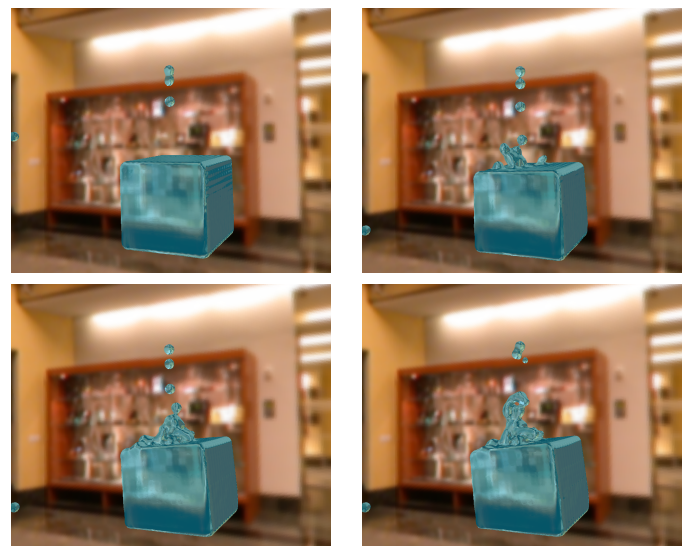


図 6: 落下する水滴の凝固