

熱力学に基づく氷解現象のアニメーション

藤澤 誠[†] 三浦 憲二郎^{††}

この論文で、熱力学に基づいた氷解現象のアニメーションを高速に生成する方法を提案する。提案手法では、熱放射の計算にフォトンマッピング法を導入する。従来、照明計算に用いられているフォトンマッピング法において、各フォトンに熱エネルギーを格納することによって、シーン中の熱放射現象を高速に解く。また、ボクセル表現を用いて、物体内部の熱伝導、空気との熱伝達についても考慮することで、現実的な氷解現象のアニメーションを生成する。

Animation of Ice Melting Phenomenon based on Thermodynamics

MAKOTO FUJISAWA[†] and KENJIRO T. MIURA^{††}

This paper proposes a fast and efficient method for producing animations of ice melting phenomenon. The method presented here introduces the photon mapping method for calculating the thermal radiation. By the photon mapping method used for lighting calculation, the thermal radiation phenomenon in a scene is solved at fast by storing thermal energy in each photon. The animation of a realistic ice melting phenomenon is generated using voxel expression by taking into account the heat conduction inside an object and the heat transfer with air as well.

1. はじめに

CGにおいて自然現象を物理法則に基づいてシミュレートする研究がさかに行われている。氷解現象は、われわれの身近に存在する自然現象のひとつであり、映画やCMなど多くの分野で利用されている。しかし、氷解現象を物理法則に基づいてシミュレートする場合、熱伝導、熱伝達、および熱放射の3つの伝熱形式を考える必要があり、複雑な熱力学計算が必要である。特に熱放射は、相互反射まで考慮した場合、非常に計算負荷が大きい処理である。

本研究では、氷解現象における熱放射を、グローバルイルミネーション手法であるフォトンマッピング法を用いることで効率的に計算する。また、氷解させるオブジェクトをボクセル化することによって、微分方程式を伴う熱伝導、熱伝達の計算も考慮する。これらによって、現実的な氷解現象のアニメーションを生成する。

2. 関連研究

青木等^{1),2)}はモルフォロジを用いてモデルを変形することによって、熱力学計算を必要とせずに氷解現象のビジュアルシミュレーションを行った。しかし、この方法では熱源からの熱放射の計算に、ラジオシティ法で用いられているフォームファクタを利用しているため、計算に時間がかかるとともに、鏡面反射などの相互反射も考えられてい

なかった。Jonesは熱力学に基づいてシミュレーションすることで、物体が溶ける過程をコンピュータグラフィックスとして再現した³⁾。物体が溶けている状態(液体と固体の混相状態)を考慮し、レンダリング時にその情報を用い、ボリュームレンダリングと組み合わせた。しかし、熱伝導の計算に陽解法を用いたため、シミュレーションの時間ステップに制限があり、また熱放射に関しても、単に熱源に対する方向のみしか考慮されていなかった。

熱放射を効率的に解くためにHowell等はモンテカルロ法を放射伝熱の計算に適用した⁴⁾。熱放射は、波動理論により説明されるが、光のエネルギーの最小単位粒子である光子(フォトン)の概念によっても説明でき、フォトンによって熱エネルギーが運ばれるとすることで、熱放射現象を解析することができる。

3. 伝熱理論

物質が溶ける現象を物理的に正しくシミュレートする場合、熱の伝わり方、熱の移動する速さなどを計算するために、伝熱工学に関する知識が必要となる。

一般に伝熱工学では、伝熱の形式を、熱伝導、熱伝達、および熱放射の3つに分ける。本章では、熱伝導、熱伝達について述べ、第5章において、熱放射をフォトンマッピング法と関連して述べる

3.1 熱伝導

熱伝導は固体(あるいは静止している流体)内部における伝熱である。熱は温度の高い分子から、それに接する温度の低い分子へと分子間で直接伝わる。この伝熱の法則は、熱力学第二法則によって必ず高温側から低温側に向かう。

[†] 静岡大学大学院理工学研究科

Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University

^{††} 静岡大学工学部機械工学科

Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University

材質が一定で一般的な固体内部の定常熱伝導において、1次元の温度場が考えられるとき、伝熱量は温度降下の勾配と、熱が流れる方向に垂直な断面積に比例する。これが熱伝導の基本法則であるフーリエの法則である。微小面積 dA を通過する熱量 dQ は次式で与えられる。

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dA \quad (1)$$

ここで、 T は温度、 λ は熱伝導率である。熱伝導率は、物質内部を定常的に移動する熱量の大きさを表す比例定数であり、物質の材質と状態によって決まる物性値である。式

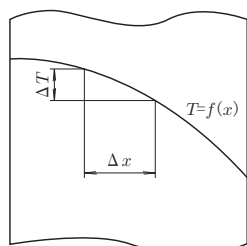


図 1 1次元熱伝導

(1) は、1次元、定常状態における熱伝導である。今回の研究では、3次元モデルによるアニメーションを行うため、次のフーリエの微分方程式を用いる。

$$\frac{dT}{dt} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

ここで、 $a = \lambda/c_p\rho$ は熱拡散率であり、物体の非定常熱伝導における温度分布の時間変化速度の大きさを表している。すなわち、熱拡散率の値が大きいくほど温度変化は早くなる。式 (2) は、物体内の熱特性が均一で、内部から熱を発生しないと仮定したものである。本研究のターゲットである氷解現象を考えると、氷は通常の場合、均質で内部からは熱は発生しない。そのため、この式を離散化して解くことで、氷解現象の熱伝導をシミュレートする。

本研究では、この微分方程式を陰解法を用いて計算した。これにより、大きな時間ステップにおいても、安定した解が得られた。陰解法で微分方程式を解くためには、疎行列を解く必要がある。これには共役勾配法を用いた。

3.2 熱伝達

熱伝達は、運動している気体または液体から固体へ、あるいは固体から気体または液体に熱が伝わる伝熱形式である。表面積 A 、固体の温度 T_w 、流体の温度 T_f であるとき (図 3)、流体から固体への熱伝達は以下の式 (3) で表される。

$$Q = hA(T_f - T_w) \quad (3)$$

ここで、 h は熱伝達率であり、熱の伝わりやすさを表す。熱伝達では、熱による流体の対流などを考慮する必要があるが、計算が複雑になってしまうため、本研究では流体の対流は考慮しない。また、シミュレーションでは、固体から

空気への熱伝達も考慮しない。

図 3 に物体内の伝熱をシミュレートした結果を示す。周囲の空気から熱が伝わり (熱伝達)、物体内部を伝わっていく (熱伝導) 様子が分かる。

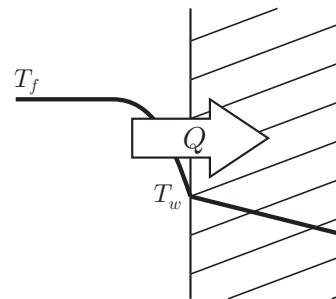


図 2 熱伝達

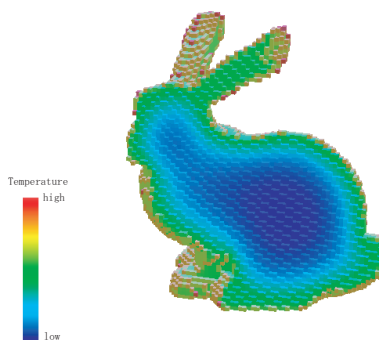


図 3 物体内部の伝熱 (Bunny)

3.3 熱放射

熱放射は、炎から熱放射線によって熱エネルギーが移動する場合のように、熱エネルギーが中間の物質には無関係に、赤外線や可視光線を含む電磁波である熱線として伝達される伝熱形式である。

全ての物質は、放射エネルギーを射出しており、物体に入射した放射エネルギーは、吸収、反射、透過される。入射エネルギーを完全に吸収する物体を完全黒体、完全に反射する物体を完全白体、完全に透過する物体を完全透明体という。

ある一定の温度において、ある物体の放射エネルギーが最大となるのは完全黒体のときである。従って、任意の物体のある温度における放射エネルギー量 E は E_b に対する割合 ε で表すことができる。

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} \quad (4)$$

この ε を放射率 (emissivity) という。

黒体表面の単位面積、単位時間あたりに放射される全エネルギー量 E_b は、ステファン-ボルツマンの法則で与えられる。

$$E_b = \sigma T^4 \quad (5)$$

ここで、 σ はステファン-ボルツマン定数といい、 $\sigma =$

$5.67 \times 10^{-8} [W/m^2 \cdot K^4]$ である。式 (5) が示すように、黒体から単位面積、単位時間あたりに放射されるエネルギー量は、絶対温度の 4 乗に比例する。

実際の物体のほとんどは $\varepsilon =$ 一定である灰色体と呼ばれる物質である。灰色体からの放射エネルギー量は以下となる。

$$Q = EdA = \varepsilon\sigma T^4 dA \quad (6)$$

ここで、 dA は放射面積である。熱伝導や熱伝達に比べると、放射で伝わる熱量は、その物体が高温になるほど増大する。また、放射率 ε は材質のほかに、物体表面の表面荒さなどによっても変化する。

4. 相 転 移

物質は、固体、液体、気体などのように、ミクロでみると同じ分子であるが、マクロ的には異なる集合形態を示す。これらのことを「相」と呼ぶ。例えば、物質は固相、液相、気相の 3 態に分かれる。各相は均一で境界を持ち、密度などの違いによって区別される

1 つの相から別の相への状態変化を相転移といい、今回の研究で扱う氷解現象のように固相 → 液相の変化も相転移のひとつである (このときの温度を融点と呼ぶ)。固相から液相への相転移では、固相の分子結合を破壊するためにエネルギーが用いられる。このエネルギーを融解熱 (あるいは潜熱) という。摂氏 0 度の氷 1kg が完全に液相になるためには、約 333kJ の熱が必要となる。

本研究では、液相になってからのシミュレーションは行わないため、潜熱については省略する。しかし、融解後のシミュレーションも行う場合は、潜熱の考慮は必要となる。

5. フォトンマッピング法による熱放射計算

Howell 等による放射伝熱計算へのモンテカルロ法の適用⁴⁾は、個別の問題に対応した基礎式や境界条件が必要なく、その手法は CG 分野におけるフォトンマッピング法⁵⁾と非常に良く似ている。よって、本研究では、Howell らの方法をフォトンマッピング法に導入することで熱放射を効率的に計算する。

従来の放射伝熱解析では、放射エネルギーを連続量として取り扱っていた。しかし、放射伝熱解析にモンテカルロ法を適用する場合、放射エネルギーを連続可変量としてではなく、ひとつひとつが一定のエネルギー量を有する粒子 (フォトン) として考える。ここでは、この粒子 (フォトン) の取扱いについてフォトンマッピング法と関連づけて述べる。

5.1 熱源からの放射エネルギーの射出

熱源からの放射エネルギーを連続量としてではなく、一定のエネルギー量を有するフォトンが射出されると考える。表面積 A の熱源から放出されるフォトン数を N とすると、フォトン 1 つあたりの熱エネルギーは以下となる。

$$E_p = \frac{\varepsilon\sigma T^4 A \Delta t}{N} \quad (7)$$

ここで、 Δt はフォトン放射時間である。本研究では、フォトンに「毎時間ステップごと放射」するので、 Δt は時間ステップ幅と等しい。また、コンピュータグラフィックスにこれらの法則を導入するため、物体表面の拡散反射率と鏡面反射率を放射率 ε の代わりに用いる。

5.2 射出方向

熱源を散乱面と仮定した場合、フォトンの射出方向分布 (θ, ϕ) は、ランバートの法則に従う。図 4 のような球面座標系を考えた場合、熱源要素からのフォトン射出方向 (θ, ϕ) は、 $[0, 1]$ の一様乱数 ξ_θ, ξ_ϕ を用いることで次式となる。

$$\begin{aligned} \theta &= 2\phi\xi_\theta \\ \phi &= \cos^{-1} \sqrt{1 - \xi_\phi} \end{aligned} \quad (8)$$

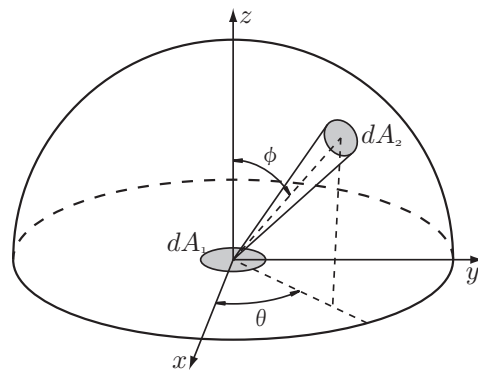


図 4 物体表面からの放射

5.3 放射エネルギーの反射および吸収

熱エネルギーを持つフォトンが物体に到達した場合、物体表面での反射または吸収を考える必要がある。物体表面に入射した放射エネルギーは、表面の吸収率 α に相当する量が吸収され、 $(1 - \alpha)$ に相当する量が反射される。本研究では、フォトンマッピング法と同様に、各フォトンの熱エネルギーを修正するのではなく、一様乱数 $\xi \in [0, 1]$ を用いて、式 (9) で反射・吸収を決定する。

$$\begin{aligned} \xi \leq \alpha & \text{ 吸収} \\ \xi > \alpha & \text{ 反射} \end{aligned} \quad (9)$$

フォトンマッピング法に導入するため、 α の値は、物体表面の拡散反射率 + 鏡面反射率とした。図 5 にボクセル化したオブジェクト表面に格納されたフォトン数の分布を示す。図中に黄色で示した多角形が熱源である。それぞれのボクセル表面に吸収されたフォトン数をカウントし、式 (7) より熱放射による熱量を計算する。

5.4 熱放射によるボクセル温度の上昇

6.2 節で述べるように、各ボクセルは属性値としてフォトン数を持つ。各時間ステップにおいて、放出されたフォンは、各ボクセルでカウントされる。その情報から熱放射による温度上昇を計算する。フォトンひとつあたりの温度

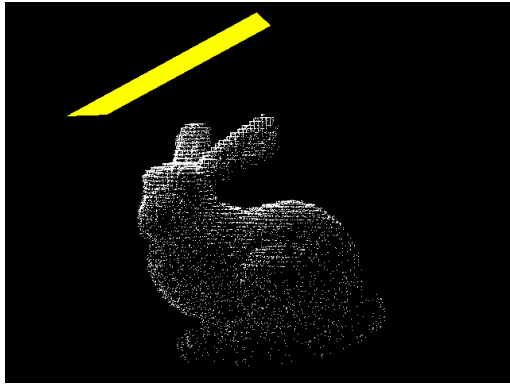


図5 フォトンマップ

上昇は以下となる．

$$\Delta T_p = \frac{E_p}{c\rho h^3} \quad (10)$$

ここで， E_p は光子ひとつあたりのエネルギーであり，式(7)より算出する． h はボクセルのグリッド幅である．

6. 実装

6.1 処理の流れ

本研究における処理の流れを図6に示す．まず，ポリゴンモデルを読み込み，ボクセル化する．その後，熱源，床などボクセルモデル以外の物体を定義する．そして，フォトンマッピング法により熱放射をシミュレーションし，それより伝熱計算を行う．

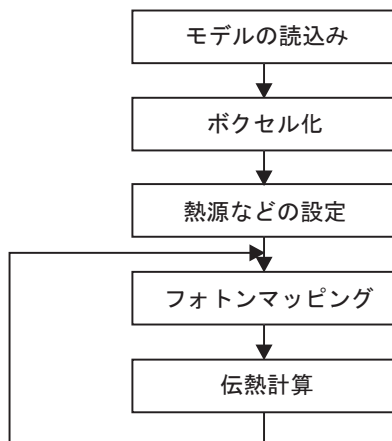


図6 処理の流れ

6.2 ボクセル

本研究では，伝熱計算における物体内部の熱伝導計算にボクセルを用いる．ボクセルには属性値として以下の情報を格納する．

- (1) 温度
 - (2) フォトン数
- (2) は熱放射の計算に用いるパラメータである．

7. 結果と議論

シミュレーションを行った結果を以下に示す．使用した計算機は Pentium4 2.6GHz で 512MB のメモリを搭載している．

図7(a)~(f) は， 64^3 のボクセルで構成された立方体の例である．図7(a) は初期状態であり，図中に黄色で示した位置に平面熱源を設定した．図7(b)~(f) から熱源からの熱放射によって，立方体上部が溶けているのが確認できる．また，周りの空気からの熱伝達によって立方体の各エッジが滑らかになっている．この例では，ボクセル数は約 26 万個，熱放射に用いるフォトン数は 30000 個であり，計算には 1 ステップあたりフォトン射出に最大 5.6[s]，伝熱計算に 0.2[s] かかった．また，ボクセル化によって複雑な形状にも対応できる．その例として，図8(a)~(f) に Stanford bunny，図9(a)~(f) にペンギンのモデルの例を示す．ボクセル分割数は 128^3 とした．図8(a)，図9(a) がそれぞれの初期状態であり，図中に黄色で示した場所に斜め向きの平面熱源を設定し，熱放射の計算に用いるフォトン数は両方とも 30000 個とした．Stanford bunny の例では，ボクセル数は約 42 万個，計算には 1 ステップあたりフォトン射出に最大 7.7[s]，伝熱計算に 0.4[s] かかった．また，ペンギンの例では，ボクセル数は約 18 万個，計算には 1 ステップあたりフォトン射出に最大 7.9[s]，伝熱計算に 0.2[s] かかった．重力の影響を考慮していないため，ペンギンの手が本体から放れても宙に浮いている．

このシミュレーションでは，オブジェクトを離散化するために，ボクセルを用いた．そのため，特に熱伝導，熱伝達の計算時間はボクセル数に依存している．しかし，熱放射の計算では，ボクセルの表面に対応するポリゴンモデルを生成して，それをフォトンマップ生成に用いているため，ボクセル数にあまり依存しない結果となった．

8. 結言

この論文で，伝熱計算において計算負荷の大きい熱放射の計算にフォトンマッピング法を用いることで，高速に現実的な氷解現象アニメーションを生成する方法を提案し，その有効性を確認できた．

今後の課題として，以下があげられる．

- (1) オブジェクト周囲にできる熱による空気の対流の考慮：本研究では，空気から氷への熱伝達しか考慮していないが，実際の現象では，氷によって周りの空気が冷やされる．それにより生じる温度差によって起こる自然対流が氷解に及ぼす影響を考慮する必要がある．これには，semi-Lagrangian 法⁹⁾などを用いることが考えられる．また，空気が対流することで背景が揺らいで見える現象を再現することで，より現実性は高くなるであろう．
- (2) 氷解後に溶けた水が物体表面を流れ落ちる様子のシミュレーションおよびレンダリング：固体が液体に

なった後のシミュレーションとレンダリングは、流体力学の問題となる。氷解現象では特に、固体と液体の相互作用が重要となる。これには、レベルセット法^{7),8)}やMAC法⁶⁾などが考えられる。

- (3) 流れ落ちる水がオブジェクトに及ぼす影響の考慮：(2)で液体をシミュレートすることで、(1)と同様に熱伝達問題として解決できるものと考えられる。
- (4) 重力の考慮：地球上の物体は常に重力の影響を受けており、固体が溶けていくことによる形状変化によって、物体の倒壊、倒壊による分離などが起こる。これは、剛体シミュレーション¹⁰⁾の分野に近いが、物体の分離などについては何らかの工夫が必要であろう。

9. 謝 辞

図9はStanford Bunnyであり、Stanford 3D scanning repositoryに帰属します。また、貴重なご意見をいただきました査読者の方々に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 青木悦子, 藤代一成, モルフォロジーに基づく氷解現象のビジュアルシミュレーション, Visual ComputingグラフィクスとCAD合同シンポジウム2000 予稿集, pp41-46, 2000.
- 2) I. Fujishiro and E. Aoki, "Volume graphics modeling of ice thawing," In Volume Graphics 2001, K.

- Mueller and A. Kaufman (eds.), Springer-Verlag, Wien, 2001, pp.69-80, p.407 (color plate).
- 3) M. W. Jones, "Melting Object," WSCG'2003, 2003.
- 4) J. R. Howell, M. Perlmutter, Monte Carlo solution of thermal transfer through radiant media between gray walls, J. Heat Transfer 86 pp116-122, 1964.
- 5) Henrik Wann Jensen, "Global Illumination using Photon Maps," In Rendering Techniques '96 (Proceedings of the Seventh Eurographics Workshop on Rendering), pp21-30, 1996.
- 6) Mark Carlson, Peter J. Mucha, R. Brooks Van Horn III and Greg Turk, "Melting and Flowing," ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, July 21-22, 2002.
- 7) Douglas Enright, Stephen Marschner and Ronald Fedkiw, "Animation and rendering of complex water surfaces," In SIGGRAPH 2002 Conference Proceedings, ACM Press/ACM SIGGRAPH, J. Hughes, Ed., Annual Conference Series, pp736-744, 2002.
- 8) Nick Foster and Ronald Fedkiw, "Practical animation of liquids," In Proceedings of SIGGRAPH 2001, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pp23-30, 2001.
- 9) Jos Stam, "Stable fluids," In Proceedings of SIGGRAPH 99, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pp121-128, 1999.
- 10) David M. Bourg, Physics for Game Developers, O'REILLY, 2002.

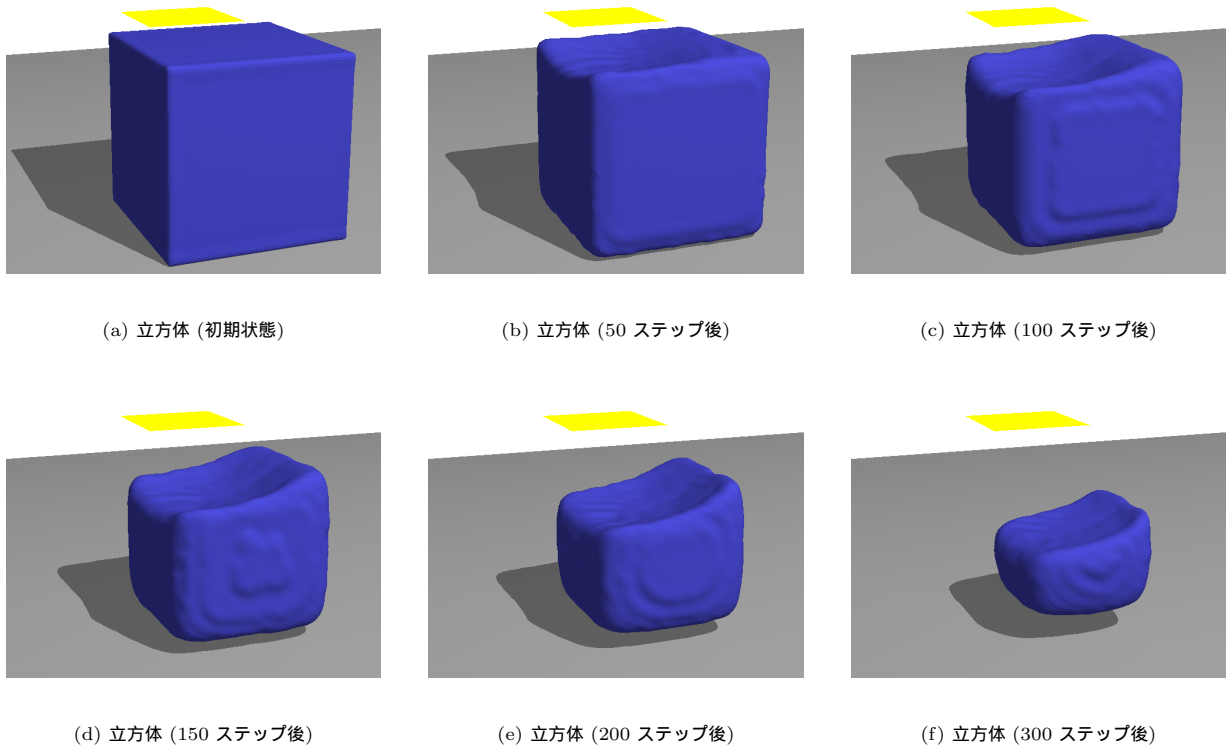
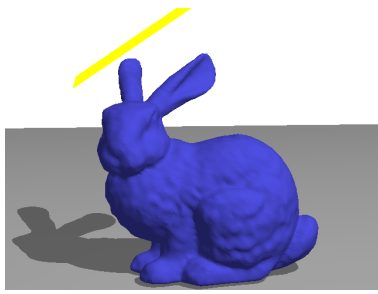
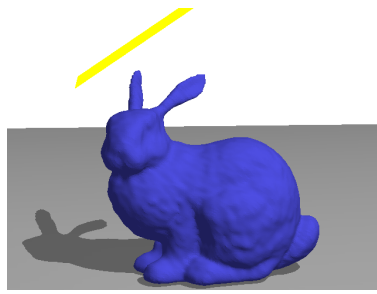


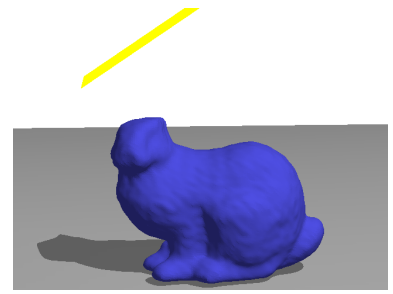
図7 立方体



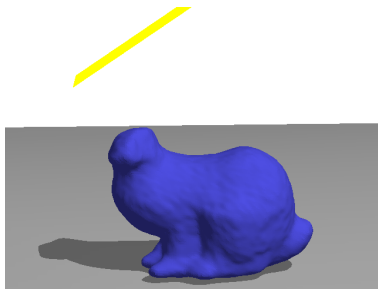
(g) Stanford bunny(初期状態)



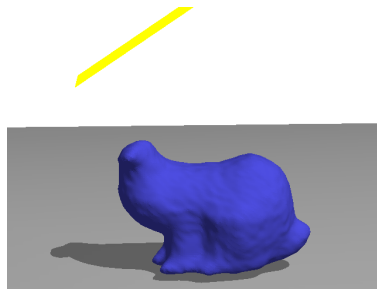
(h) Stanford bunny(30 ステップ後)



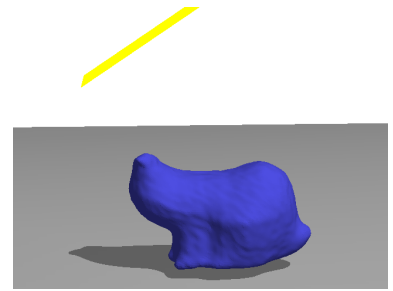
(i) Stanford bunny(60 ステップ後)



(j) Stanford bunny(100 ステップ後)

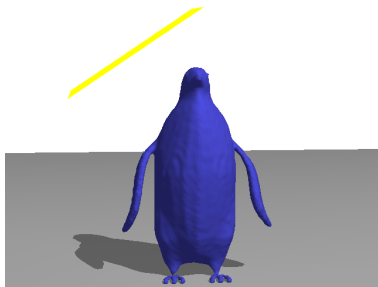


(k) Stanford bunny(150 ステップ後)

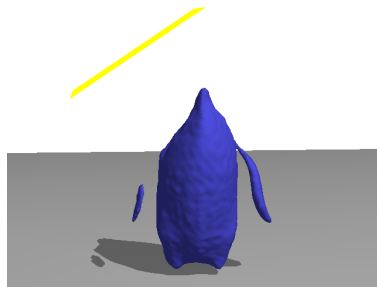


(l) Stanford bunny(200 ステップ後)

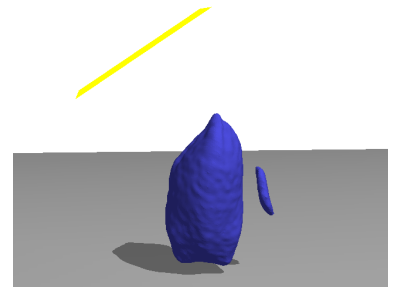
図 8 Stanford bunny



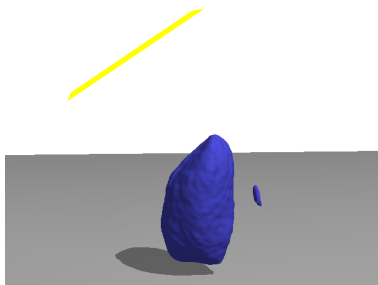
(m) ペンギン (初期状態)



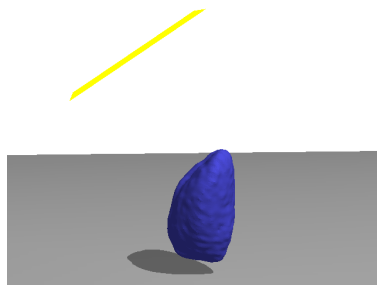
(n) ペンギン (20 ステップ後)



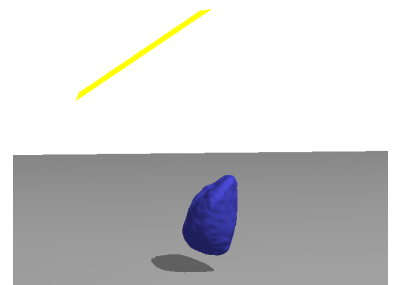
(o) ペンギン (40 ステップ後)



(p) ペンギン (初期状態)



(q) ペンギン (20 ステップ後)



(r) ペンギン (40 ステップ後)

図 9 ペンギン