

粒子間ポテンシャル力を用いた流体・固体間相互作用のシミュレーション

藤澤 誠[†](正会員) 今井辰弥[†] 三河正彦[†][†]筑波大学

Fluid-Solid Interaction Simulation Using Inter-Particle Potential Force

Makoto FUJISAWA[†](Member), Tatsuya IMAI[†], Masahiko MIKAWA[†][†]University of Tsukuba

あらまし 本論文では、粒子間相互作用力と位置ベース流体計算法を用いた水滴のシミュレーション手法を提案する。粒子法の一つであるSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法を用いて液体全体の振る舞いを高速に計算し、そして、粒子間に力を働かせることで表面張力の影響を安定して計算する。また、固体表面に位置が固定の固体粒子を設置し、流体粒子の物理量を計算する際に固体粒子からの影響も考慮することで固体とのインタラクションを可能にする。さらに、表面張力と接触角の関係を用いて水滴の形状を接触角によって制御できるようにすることで、ユーザが直感的に操作できる方法を提案する。

キーワード：コンピュータグラフィクス, 流体シミュレーション, 水滴, 表面張力

<Summary> This paper proposes a fluid simulation method with a surface tension effect using inter-particle interaction forces based on a position based fluid. Behavior of fluid is efficiently calculated by using SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), which represents fluid as particles, and the method appends the surface tension force as the interaction force between the particles. Also, interaction between fluid and solid boundary is considered by adding solid particles along the boundary. Furthermore, this paper propose an instinctive controlling method for liquid shape, such as a water drop, by using a contact angle.

Keywords: computer graphics, fluid simulation, water drop, surface tension

1. はじめに

近年、映画やゲーム、テレビ番組などでコンピュータグラフィクスを用いた表現が用いられている。その中でも、コンピュータグラフィクスで流体现象を表現することは重要なテーマである。多くの研究が洪水や海の波、爆発など大規模なシーンを再現することを目的としているが、我々にとって身近な流体现象はコップに水を注ぐ、窓などに降り注いだ雨粒、人の流す涙や汗などの小規模なものである。水滴などの小さなスケールの液体では表面張力とその振る舞いに強い影響を及ぼすため、この特性を考慮したシミュレーションを行う必要がある。

表面張力は液体分子同士が互いに引き合う分子間力が表面において不均一になることで発生する。不均一な部分の面積、つまり表面積を最小化するように形状を変化させるため、外部から何も力がかかっていない状況では液体は球体を形成する。また、固体境界と接触しているとき、液体は固体表面材

質により大きくその挙動を変える。例えば、きれいなガラス面では水は広がっていくが、プラスチック面や撥水コーティングしたガラス面では水は広がらない。これは固体表面と液体の親和性によるものであり、濡れ性と呼ばれる。コンピュータグラフィクスのシーンでは多くの場合、液体と固体の両方が含まれており、表面張力を考える場合は濡れ性の影響を考慮しなければならない。

本論文では、粒子間相互作用力と位置ベース流体計算法を用いた水滴のシミュレーション手法を提案する。インタラクティブなアプリケーションでは高速な処理が必要であるため、粒子法を用いた流体シミュレーション手法であるSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法を用いて液体全体の振る舞いを計算する。そして、SPH法において粒子間に力を働かせることで表面張力をシミュレーションする。また、固体表面に位置が固定の固体粒子を設置し、流体粒子の物理量を計算する際に固体粒子からの影響も考慮することで固体との相互作用を可能にする。さらに、表面張力と接触角の関係を用いる

ことで濡れ性を接触角という視覚的にわかりやすい指標で制御できるようにする．提案手法はGPUを用いて効率的に並列化することができ，ユーザは接触角を変更した結果をインタラクティブに得ることができる．

2. 関連研究

Müller ら¹⁾はSPH法を用いることで3次元の粘性流体のリアルタイムシミュレーションを可能にした．SPH法は陽的に計算を行うことで非常に高速に液体の振る舞いを計算することができる一方で，液体の重要な性質である非圧縮性に欠けるという欠点がある．これを解決するためにBecker ら²⁾は圧力計算にTait方程式を用い，ある程度の非圧縮性を確保するWCSPH法を提案し，Solenthaler ら³⁾はステップの最初に計算した予測密度を反復的に修正するPCISPH法により，より安定した計算を可能とした．しかし，これらの手法は安定した計算のためには非常に小さいタイムステップ幅が要求され，リアルタイムアプリケーションには不向きである．Macklin と Müller⁴⁾は密度変化を拘束条件として，粒子位置を直接修正することで高い圧縮性を保ちつつ，リアルタイム計算に必要なタイムステップ幅でも安定した位置ベース流体法を提案した．本論文では彼らの方法を用いて液体の挙動をシミュレーションする．従来研究⁴⁾で考慮されていなかった表面張力による影響を加え，固体と液体間に発生する張力の影響を計算する方法も提案する．

Wang ら⁵⁾は格子法において表面張力を考慮した接触角を生成する手法を提案し，水滴の表面張力，水滴と固体との間の表面張力のシミュレーションを可能にした．この手法は高品質なシミュレーションが可能であるが，格子法をベースにしているため計算コストが高く，インタラクティブなアプリケーションには向いていない．Clavet ら⁶⁾はSPH法において粒子のクラスタリングを防ぐ斥力を粒子間に加えることで表面張力を表現し，固体から流体粒子に引力を加えることで固体への粘着性を表現した．安倍ら⁷⁾は固体との接触線からの距離に応じた力を粒子に与えることで表面張力を表現した．しかし，固体への引力は物理法則に基づいたものではないため，表面張力を違和感無くシミュレーションするには不十分である．Tartakovsky ら⁸⁾は粒子間距離に応じた力を外力として加えることで表面張力をシミュレーションした．Akinci ら⁹⁾は粒子間力に加えて，水滴表面の曲率を最小化する力を与えて表面張力をシミュレーションする手法を提案した．彼らは固体境界にも粒子を配置することで固体表面の濡れ性を考慮した．しかし，固体との相互作用は粒子間力のみが考慮され，曲率については考慮されていない．そのため，特に濡れ性が高い表面では正確な液体の挙動をシミュレーションすることは難しい．さらに液体が固体と接触した際の形状は張力係数のみで決定され，その形状を直感的に制御することが難しい．

本論文では，粒子間ポテンシャル力による表面張力のシミュ

レーションに加えて，曲率最小化においても固体パーティクルを考慮し，適切な法線を計算することで液体が固体に張り付くような濡れ性が高い表面のシミュレーションも可能とする．また，視覚的な指標として液体が固体に張り付いたときの角度である接触角を用いることで，水滴のような形状の直感的な操作を可能とする．

3. SPH法による流体計算

3.1 支配方程式

流体の流れを計算するための支配方程式として以下の非圧縮粘性流体のナビエ・ストークス方程式を用いる．

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2)$$

ここで， \mathbf{u} は流体速度， t は時間， μ は粘性係数， ρ は流体の密度， p は圧力， \mathbf{f} は外力である．式(1)は質量保存式である．SPH法では式(2)の各項を周囲の粒子の重み付き和で離散化し，粒子 i にかかる力をそれらの総和で表す．例えば，右辺第1項は圧力の勾配であり以下のように離散化される．

$$-\nabla p = -\sum_j m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (3)$$

ここで， j は周囲のパーティクル， m は粒子の質量， W はカーネル関数と呼ばれ，有効半径 h を持つ重み関数である．この式で用いられる各粒子の圧力 p_i, p_j は理想気体の状態方程式から $p = k_{press}(\rho - \rho_0)$ と計算するのが一般的である．ここで k_{press} はガス定数， ρ_0 は液体の初期密度である．この方法では1ステップ内での圧力伝達がパーティクル1つ分にしかならないため，全体の密度が均一になるのに時間がかかり，結果として液体が圧縮するように見えてしまう．特に水滴のように表面張力が支配的な場合，液体全体が収縮するような不自然な挙動を示す．これを解決するために代わりにTait方程式を用いる方法²⁾や反復的に圧力を修正する方法³⁾などが開発されているが，いずれも非常に厳しいタイムステップ幅の制限を課す必要がある．これを解決したのが位置ベース流体法⁴⁾である．位置ベース流体法では多少の反復計算は必要になるが，安定した計算のためのタイムステップ幅の制限はリアルタイムアプリケーションに必要な1/30秒程度までは緩和される．本研究でもこの方法を用いて非圧縮流体をシミュレーションする．ただし，濡れ性を再現するために従来法では考慮されていなかった固体との相互作用を追加する．次節で固体粒子を用いた液体・固体間相互作用を含む位置ベース流体法について説明する．

3.2 固体粒子を含む位置ベース流体法

位置ベース流体法⁴⁾は粒子の位置を直接計算するという点で，速度を用いる従来手法と異なる．まず初めに，粒子の密度が常に初期密度と同じであるという以下の制約条件をかける．

$$C(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) = \frac{\rho_i}{\rho_0} - 1 = 0 \quad (4)$$

そして、粒子が移動してもこの制約条件を満たすとする。

$$C(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) = 0 \quad (5)$$

以上の制約条件を満たすように、流体粒子の位置の変化を毎ステップ次の式で計算する。

$$\Delta\mathbf{p}_{ij} = -\frac{1}{\rho_0}(s_i + s_j)\nabla W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h) \quad (6)$$

s_i は次の式で計算される。

$$s_i = \frac{\frac{\rho_i}{\rho_0} - 1}{\sum_j \left| \frac{1}{\rho_0} W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h) \right|^2 + \epsilon} \quad (7)$$

ここで、右辺の分子は密度に関する制約条件、分母は周囲の粒子から受ける影響である。 s_j も同様に計算される。

SPH 法ではシミュレーションの端の境界や固体との境界付近での挙動が問題になる。境界外部や固体内部は粒子が存在しないため密度が 0 となり、密度が小さい場所へ集まろうとする粒子の性質により境界付近や固体付近に集まり圧縮の要因となる。これは位置ベース流体法においても同様である。提案手法では、境界表面に粒子を設置し、近傍探索時にこの固体粒子を考慮することで境界付近での粒子の圧縮を防ぐ。

固体表面に Bell ら¹⁰⁾と同様の方法で固体粒子を設置し、Akinici らの方法¹¹⁾を用いて各流体粒子の密度を求める。

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h) + \rho_0 \sum_k V_k W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k, h) \quad (8)$$

右辺第一項は近傍の流体粒子から受ける影響、右辺第二項は近傍の固体粒子から受ける影響である。ここで、 V_k は固体粒子の仮想体積を表すものである。中実な固体をシミュレーションする場合、固体の内部を固体粒子で満たす必要があるが、その場合粒子の数が非常に多くなるため計算コストが高くなる(図 1(b))。よって計算コストを下げるために、固体の表面だけに固体粒子を設置し(図 1(a))、それらに適切な仮想体積を持たせることで固体が粒子で満たされた状態に近づける。仮想体積は以下の式で計算する¹¹⁾。

$$V_i = \frac{m_i}{\rho_i} = \frac{m_i}{\sum_k m_k W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k, h)} \quad (9)$$

ここで、 k は近傍固体粒子を表す。液体の初期密度 ρ_0 は有効半径 h 内に粒子が満たされている状態を仮定して設定されるが、図 1(a) のように 1 層のみ固体粒子が配置されている場合、固体内部に粒子が存在せず、流体粒子の密度も低くなってしまふ。式 (9) の分母 ρ_i は ρ_0 に比べて小さくなり、分子の m_i はすべてのパーティクルで一定であるので、もし 1 層のみで周囲の粒子数が小さい場合は式 (9) の値は大きくなる。式 (9) の V_i を仮想体積として、粒子質量を $\rho_0 V_i$ として式 (8) で密度を計算することで、固体粒子が内部にも満たされている状態を近似する。

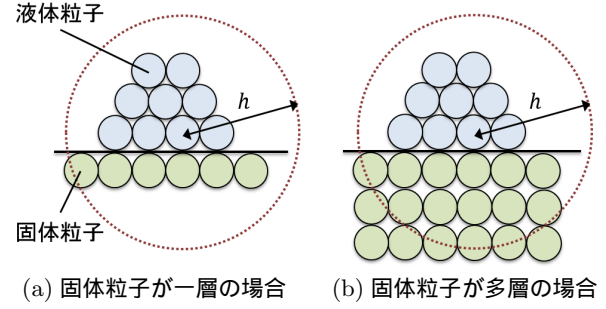


図 1 固体粒子層
Fig. 1 A layer of solid particles

式 (6)、式 (7) の密度制約条件式も固体粒子を考慮して変更する必要がある。式 (7) の分母項が周囲の粒子から受ける影響を考慮するための項であり、これを式 (8) と同様に流体粒子と固体粒子それぞれの影響に分離する。

$$s_i = \frac{\frac{\rho_i}{\rho_0} - 1}{\sum_j \left| \frac{1}{\rho_0} W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h) \right|^2 + G_s + \epsilon} \quad (10)$$

ここで、

$$G_s = \sum_k \left| \frac{V_k}{m_k} W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k, h) \right|^2 \quad (11)$$

である。 G_s は周囲の固体粒子から受ける影響を考慮した項であり、仮想体積を用いることで固体表面粒子が 1 層だけの場合でも、その影響が適切に働くようにしてある。

4. 粒子間ポテンシャル力

表面張力とは、液体分子が分子間力によって安定した状態を保とうとする力である。液体と外部との境界付近では分子間力が均衡していないため不安定であるので、液体には表面積を小さくしようとする力が働く。表面張力は一般的に位置 x における局所的な表面曲率 $\kappa(x)$ を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{F}^{curvature}(x) = \sigma \kappa(x) \mathbf{N}(x) \quad (12)$$

ここで、 σ は張力係数、 $\mathbf{N}(x)$ は表面法線である。式 (12) で問題となるのが、曲率 κ をどのようにして計算するかということである。単純には表面形状の空間 2 階微分を取ればよいので、SPH 法でも式 (3) で勾配を計算したように、重み関数 W のラプラシアンをとることで曲率は計算可能である。しかし、2 階微分ということもあり表面粒子の微小な変化に敏感に変化してしまい、結果として形状が乱れてしまう。また、外力を加える形になるので大きな表面張力がかかると計算が不安定となる。

本論文では表面張力を粒子間ポテンシャル力でシミュレーションする。粒子間ポテンシャル力は表面張力の要因となっている分子間力をシミュレーションするもので、SPH における各粒子に、近傍粒子との相互作用力を追加するものであ

る。濡れは固体表面に固体粒子を設置し、液体粒子と固体粒子との間に粒子間ポテンシャル力を加えることでシミュレーションする。

4.1 液体内のポテンシャル力

表面張力による位置の変化を考慮して、式 (6) を以下のように変更する。

$$\Delta \mathbf{p}_{ij} = -\frac{1}{\rho_0}(s_i + s_j) \nabla W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h) + \Delta t^2 \frac{\mathbf{F}_{i \leftarrow j}}{m_i} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{F}_{i \leftarrow j}$ は粒子 j が粒子 i に与える粒子間ポテンシャル力である。 $\mathbf{F}_{i \leftarrow j}$ は力なので質量 m_i で割ることで加速度とし、加速度がタイムステップ内で一定であると仮定して積分することで速度を、さらにその速度を積分することで近似的に粒子間ポテンシャル力を位置の変化として追加している。

流体内部の粒子間ポテンシャル力について、文献 9) の方法を用いてその大きさを求める。粒子 i が粒子 j から受ける力は、

$$\mathbf{F}_{i \leftarrow j}^{\text{cohesion}} = -\gamma m_i m_j C(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} \quad (14)$$

となる。ここで、 i, j は近傍粒子であり、 γ はポテンシャル力係数、 m は粒子の質量、 \mathbf{x} は粒子の位置、 C は図 2 に示すスプライン曲線であり、以下の式で表される。

$$C(r) = \frac{32}{\pi h^9} \begin{cases} (h-r)^3 r^3 & \frac{h}{2} < r \leq h \\ 2(h-r)^3 r^3 - \frac{h^6}{64} & 0 < r \leq \frac{h}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

式 (15) の最初の項は、 γ の値を 1 に近づけるため定数項である。文献 9) ではこれに加え、前述の曲率を用いた表面積を最小化する力を与える手法を提案している。これは、表面張力の性質である液体の外部との接触面積が小さくしようとする力をシミュレーションするものである。本論文でもこれを導入する。この力を計算するために、まず各粒子の法線を計算する。

$$\mathbf{n}_i = h \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) \quad (16)$$

ここで、 W は SPH のカーネル関数であり、 ρ_j は近傍粒子密度である。 \mathbf{n}_i は流体内部で 0 になるが、流体表面では曲率に応じて大きくなる。この性質を利用して表面積を最小化する力を以下のように計算する。

$$\mathbf{F}_{i \leftarrow j}^{\text{curvature}} = -m_i \gamma (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_j) \quad (17)$$

式 (17) は平面と流体内部で 0 になり、その他の場合曲率に比例して大きくなる。さらに、粒子の密度差を補正する係数

$$K_{ij} = \frac{2\rho_0}{\rho_i + \rho_j} \quad (18)$$

を計算し、最終的な粒子間ポテンシャル力は以下のようになる。

$$\mathbf{F}_{i \leftarrow j} = K_{ij} (\mathbf{F}_{i \leftarrow j}^{\text{cohesion}} + \mathbf{F}_{i \leftarrow j}^{\text{curvature}}) \quad (19)$$

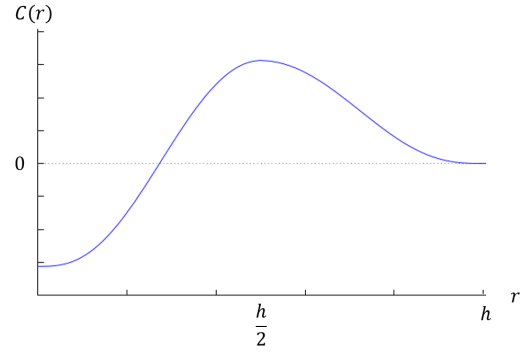


図 2 粒子間に働く力を近似するスプライン曲線
Fig. 2 A spline curve used to simulate the inter-particle force

4.2 液体・固体間のポテンシャル力

液体が固体に接触しているときにそれぞれの粒子間でポテンシャル力を計算することで固体表面の濡れ性による液体形状の変化をシミュレーションする。具体的には液体粒子にかかる粒子間ポテンシャル力を計算するとき、近傍に固体粒子が存在する場合は固体粒子から受ける影響も考慮する。固体粒子 k から流体粒子 i へかかる粒子間ポテンシャル力を

$$\mathbf{F}_{i \leftarrow k}^{\text{cohesion}} = -\gamma_{LS} m_i \rho_0 V_k C(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k|) \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k|} \quad (20)$$

とする。ここで、 γ_{LS} は液体・固体間のポテンシャル力係数であり、 γ と接触角から導出される。式 (20) は式 (14) の固体粒子質量を仮想体積から求めた質量 $\rho_0 V_k$ に置き換えることで導出される。

本研究では従来研究⁹⁾では考えられていなかった固体と接触した際の水滴の表面積最小化についても考える。式 (17) を用いて近傍粒子からの力を考えるときに、液体粒子からの影響だけでなく固体粒子からの影響も考慮する。これにより、液体と固体の境界付近でも水滴はその表面積を最小化する形状をとり、固体とのより自然な相互作用を実現する。

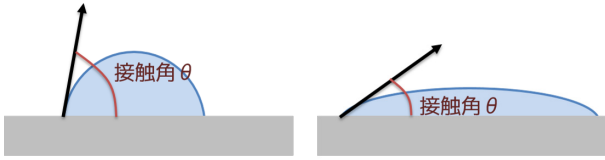
固体から液体へかかる表面積最小化の力は以下のようになる。

$$\mathbf{F}_{i \leftarrow k}^{\text{curvature}} = -\gamma_{LS} m_i (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_k) \quad (21)$$

法線の算出においても、固体粒子の影響を考慮して

$$\mathbf{n}_i = h \sum_{j \in N_L} \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) + h A(\theta) \sum_{k \in N_S} V_k \nabla W(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k|) \quad (22)$$

とする。ここで、 $A(\theta)$ は固体からの影響に重みをつける関数、 θ は接触角であり、ユーザが任意の値を設定することができる。 $\theta = 180^\circ$ では固体表面は液体を完全にはじくため、固体表面付近の液体表面法線は固体表面法線と逆の方向を向いている。これを再現するためには $A(\theta) = 0$ として固体粒子の影響を受けないようにしなければならない。一方、 $\theta = 0^\circ$ では固体と液体の親和性が高く、液体が固体表面上に平らに広がる。この状態では液体表面法線と固体表面法線の向きは



(a) 界面張力が小さいとき (b) 界面張力が大きいとき

図3 接触角の違いによる水滴形状変化

Fig. 3 Change of a water drop depend on the contact angle

ほぼ同じとなる．これを実現するためには固体粒子の影響を大きくする，つまり， $A(\theta)$ の値を 1 より大きくする必要があり．本論文では上記 2 つの条件に加えて，接触角が 90° では固体粒子と液体粒子の影響を等しくする ($A(\theta) = 1$) という条件を満たす以下の式を用いる．

$$A(\theta) = 1 + \cos \theta \quad (23)$$

式 (23) は接触角と法線方向の関係を満たすことを条件として，実験的に求めた式である．

以上の計算結果を用いて，粒子 i にかかる粒子間ポテンシャル力 F_i を以下の式で求める．

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i = & K_{ij} \sum_{j \in N_L} (\mathbf{F}_{i,j}^{\text{cohesion}} + \mathbf{F}_{i,j}^{\text{curvature}}) \\ & + K_{ik} \sum_{k \in N_S} (\mathbf{F}_{i,k}^{\text{cohesion}} + \mathbf{F}_{i,k}^{\text{curvature}}) \end{aligned} \quad (24)$$

5. 接触角を用いた制御

接触角とは図 3 に示すように水滴と水滴が接する固体表面がなす角である．液体は固体に接触した際，濡れ性によってその形状が変わる．シミュレーション中で濡れの強さを制御するにはポテンシャル力係数 γ_{LS} を調整する必要があるが，この数値から水滴の形状を想像することは一般的に難しく，ユーザが意図した通りのシミュレーションをすることの妨げになるという問題がある．提案手法では，人間にとってより直感的な指標である接触角を操作することで，水滴の形状を制御できるようにする．

このために接触角と粒子間ポテンシャル力係数との関係を近藤らの方法¹²⁾に基づき求める．表面張力係数と接触角の関係式として Young の式が知られている^{12),13)}．

$$\sigma_S - \sigma_{LS} - \sigma_L \cos \theta = 0 \quad (25)$$

ここで， σ_S ， σ_{LS} ， σ_L はそれぞれ，固体壁の表面エネルギー，固体・流体間の界面エネルギー，流体の表面エネルギーであり， θ は接触角である．流体同士を引き離して 2 つの流体界面を生成するのに必要な仕事 W_L と，流体と固体壁を引き離して流体界面と固体壁界面を生成するのに必要な仕事 W_{LS} は

$$W_L = 2\sigma_L S \quad (26)$$

$$W_{LS} = (\sigma_L + \sigma_S - \sigma_{LS})S \quad (27)$$

である．ここで， S は生成する界面の面積である．これらを Young の式に代入することで

$$\frac{W_{LS}}{W_L} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \quad (28)$$

と仕事と接触角の関係が得られる．また，界面を生成するための仕事とポテンシャル力係数の間には比例関係がある¹²⁾ため，

$$\frac{\gamma_{LS}}{\gamma} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \quad (29)$$

となり，粒子間ポテンシャル力係数と接触角との関係を得ることができる．提案手法では流体内部の粒子間ポテンシャル力係数 γ と接触角 θ を用いて，流体・固体間の粒子間ポテンシャル力係数 γ_{LS} を求めるため，以下のように変形して用いる．

$$\gamma_{LS} = \frac{1}{2}\gamma(1 + \cos \theta) \quad (30)$$

係数 γ は例えば水と空気の境界面の場合 7.2×10^{-2} [N/m] であるが，シーンに合わせてユーザが任意の値を設定できる．

6. 結果

提案手法を実装した結果を示す．実行環境は，CPU:Corei7 3.7GHz, GPU:GeForce GTX Titan である．近傍粒子探索部分は Green ら¹⁴⁾のハッシュ法を用いた．液体粒子の密度場から Marching Cubes¹⁵⁾で液体表面を三角形メッシュで抽出，レンダリングした結果を示す．メッシュ生成も含めて手法のほとんどの部分は NVIDIA CUDA を用いて GPU 上で並列実行されている．

図 4 は複数の水塊を傾斜角 25° の斜面上に落下させたときのシミュレーション結果である．誤差による計算不安定性を防ぐため，水塊のスケールは 0.1m 程度と大きいものを設定し，表面張力係数にも 1.2 と大きな値を設定することで (水の場合で約 0.072)，水滴をシミュレーションしている．液体粒子数は約 20,000，斜面には約 145,000 の固体粒子を配置した．計算速度は液体粒子の密度場からの Marching Cubes による表面メッシュ生成も含めて 1 フレームあたり約 85 ミリ秒であった．図 4(a) では接触角 $\theta = 30^\circ$ としたため，斜面上に液体が張り付くように移動している．一方，図 4(b) では $\theta = 90^\circ$ であったため，斜面は液体をはじくような性質となっている．これらの結果から，接触角によって固体表面の性質である濡れ性を接触角で適切に制御できていることがわかる．図 5 に固体との相互作用を粒子間ポテンシャル力のみで行う従来法⁹⁾との比較を示す．我々の方法は特に接触角が小さい，つまり，固体表面の濡れ性が高いときにより有用に働く．従来法では図 5(a) のように液体が表面に張り付く効果は再現できるものの，固体表面との親和性により表面に沿って液体が広がっていくような効果は再現できない．一方で図

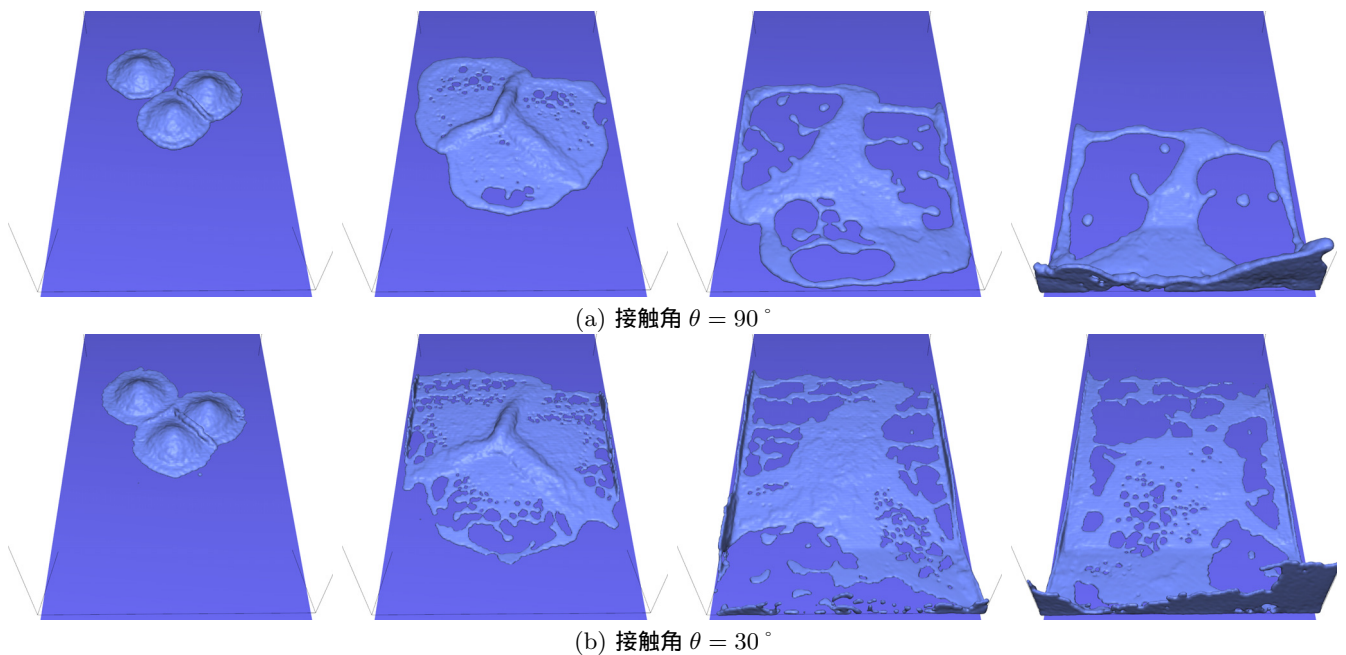


図 4 斜面上に水滴を落下させたシミュレーション結果
 Fig. 4 Simulation results of water drops on a slope

5(b) に示すように提案手法ではこの効果を再現できていることがわかる。

図 6 は水滴形状が接触角を変えたときにどのように変化するかを実験した結果である。図 6 は接触角を変化させてからある程度ステップを進めて静止状態になったときを表している。液体粒子数は約 2,000、固体粒子数は約 35,000 である。下部境界だけでなく液体を囲むように境界を設定したため固体粒子数が多くなっている。計算時間は約 50 ミリ秒となった。接触角によって水滴形状を制御できていることがわかる。

水などの液体を容器に注いだとき、表面張力と濡れ性により液体の境界に近い部分が盛り上がったような形状を形成する。これをシミュレーションしたのが図 7 である。液体を円筒状のタンクに注いだ後に静止状態になったときの液体形状を表している。接触角を 30° とすることで表面張力により液体が境界を上るような挙動がシミュレーションできている。液体粒子数は約 18,000、固体粒子数は約 44,000 であり、計算時間は約 50 ミリ秒/フレームであった。液体粒子数が増えているにもかかわらず図 4 に比べて計算時間が短い、これは表面メッシュの解像度の違いによるものであり、シミュレーション時間そのものは GPU によって並列化していることもあり、大きくは変わっていない。

7. む す び

本論文では、粒子間相互作用力と位置ベース流体計算法を用いた水滴のシミュレーション手法を提案した。位置ベース流体法を用いた高速な液体計算に対して、粒子間ポテンシャル力を適用することで表面張力を大きなタイムステップ幅でも計算結果が発散することなしに計算し、固体との相互作用のために固体表面に単層の固定粒子を配置し、液体・固体間

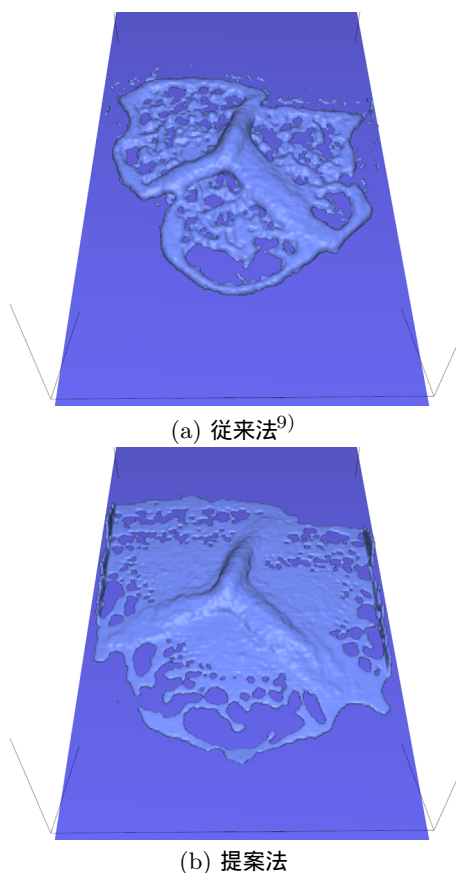


図 5 従来法との比較 (接触角 $\theta = 30^\circ$)
 Fig. 5 Comparison with previous method

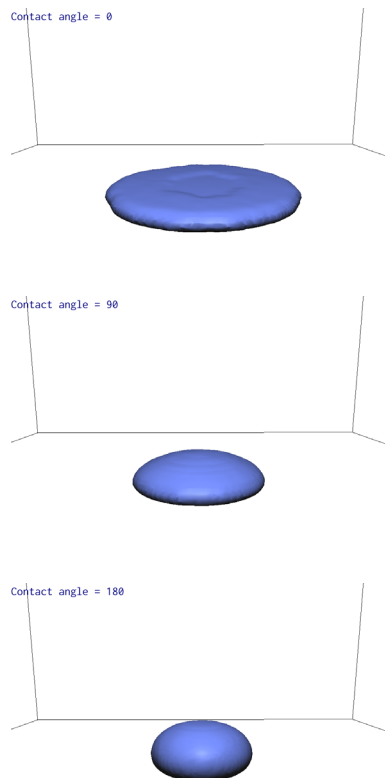


図 6 接触角を変化させたときの水滴形状変化 (上から接触角 $\theta = 0, 90, 180^\circ$)

Fig. 6 A water drop with various contact angles ($\theta = 0, 90, 180^\circ$ from top to bottom)

ポテンシャル力を定義することで固体表面での濡れの影響をシミュレーションした。さらに濡れによる影響の制御を接触角で行うことで、ユーザにとって視覚的にわかりやすい指標を与え、GPU で並列計算を行うことで接触角を変えたときの結果をインタラクティブに確認できるようにした。

今後の課題として、液体の体積保存の問題がある。位置ベース流体法は反復回数を増やすことで体積保存性を確保することができたものの、表面張力を力として加えたため、30 ~ 50% ほどの体積変動が発生した。これを解決するためには、表面張力を力としてではなく粒子間の制約条件として加える必要がある。また、現在は結果の評価はすべて主観的なものであるが、実際の実験結果との比較を含めたより客観的、定量的評価も必要である。さらに多くの水滴が舞うような大規模なシーン、例えば雨が降るシーンでの個々の水滴の動きなどで、より多くの粒子数が必要となった場合でも高速に実行できるようにすることも今後の課題である。

参考文献

- 1) M. Müller, D. Charypar, M. Gross: "Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications", Proc. of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, pp.154-159 (2003).
- 2) M. Becker, M. Teschner: "Weakly Compressible SPH for Free Surface Flows", Proc. of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation,

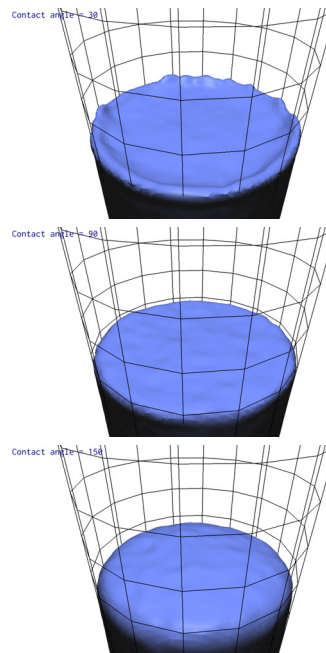


図 7 円筒形のタンクに液体をためたシミュレーション結果 (上から接触角 $\theta = 30, 90, 150^\circ$)

Fig. 7 Simulation results of liquid in cylindrical tank ($\theta = 30, 90, 150^\circ$ from top to bottom)

- pp.209-217 (2007).
- 3) B. Solenthaler, R. Pajarola: "Predictive-Corrective Incompressible SPH", ACM Trans. on Graphics(Proc. of ACM SIGGRAPH), Vol.28, No.3, pp.1-6 (2009).
- 4) M. Macklin, M. Müller: "Position Based Fluids", ACM Trans. on Graphics(Proc. of ACM SIGGRAPH), Vol.32, No.4, pp.104:1-104:12 (2013).
- 5) H. Wang, P. J. Mucha, G. Turk: "Water Drops on Surfaces", ACM Trans. on Graphics(Proc. of ACM SIGGRAPH), Vol.24, No.3, pp.921-929 (2005).
- 6) S. Clavet, P. Beaudoin, P. Poulin: "Particle-Based Viscoelastic Fluid Simulation", Proc. of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, pp.219-228 (2005).
- 7) 安部 拓也, 井村 誠孝, 池田 聖, 眞鍋 佳嗣, 千原 國宏: "水滴表現のための粒子ベース液体シミュレーション", 映像情報メディア学会誌, Vol.63, No.7, pp.951-956 (2009).
- 8) A. Tartakovsky, P. Meakin: "Modeling of Surface Tension and Contact Angles With Smoothed Particle Hydrodynamics", Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics), Vol.72, No.2, p.026301 (2005).
- 9) N. Akinci, G. Akinci, M. Teschner: "Versatile Surface Tension and Adhesion for SPH Fluids", ACM Trans. on Graphics(Proc. of ACM SIGGRAPH), Vol.32, No.6, pp.182:1-182:8 (2013).
- 10) N. Bell, Y. Yu, P. J. Mucha: "Particle-Based Simulation of Granular Materials", Proc. of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, pp.77-86 (2005).
- 11) N. Akinci, M. Ihmsen, G. Akinci, B. Solenthaler, M. Teschner: "Versatile Rigid-Fluid Coupling for Incompressible SPH", ACM Trans. on Graphics(Proc. of ACM SIGGRAPH), Vol.31, No.4, pp.62:1-62:8 (2012).
- 12) 近藤 雅裕, 越塚 誠一, 滝本 正人: "MPS法における粒子間ポテンシャル力を用いた表面張力モデル", 日本計算工学会論文集, Vol.2007, p.20070021 (2007).
- 13) ドウジェンヌ, プロシヤール-ヴィアール, ケレ著, 奥村 剛訳, 表

面張力の物理学 -しずく, あわ, みずたま, さざなみの世界-, 吉岡書店 (2003).

- 14) S. Green: “CUDA Particles”, Technical report, NVIDIA Whitepaper, (2008).
- 15) W. E. Lorensen, H. E. Cline: “Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm”, Computer Graphics(Proc. of ACM SIGGRAPH), Vol.21, No.4, pp.163–169 (1987).

(2014年6月23日 受付)

(2014年10月24日 再受付)



藤澤 誠 (正会員)

2005年 静岡大学大学院理工学研究科修士課程修了。2008年 同博士課程修了。同年奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教。2011年 筑波大学大学院図書館情報メディア研究科助教, 現在に至る。博士(工学)。CG, 物理シミュレーションなどの研究に従事。情報処理学会, 画像電子学会, 日本VR学会, ACM, IEEE CS 各会員。



今井 辰也

2012年 香川高等専門学校情報工学科卒業。2014年 筑波大学情報学群情報メディア創成学類卒業。学士(工学)。在学中, 物理シミュレーションに関する研究に従事。現在, (株) フリースタイルに勤務。



三河 正彦

1994年 大阪大学大学院機械工学分野修士課程修了。同年 NTT アクセス網研究所入所。2003年 筑波大学図書館情報学系講師。2006年 同大学院図書館情報メディア研究科准教授, 現在に至る。博士(工学)。日本ロボット学会, 計測自動制御学会, 日本知能情報ファジィ学会, IEEE 各会員。